

Lucrarea 3**Funcția de Autocorelație****1. Metode empirice de estimare a autocorelației**

Pentru a determina momentele unui proces $x[n]$, (de exemplu medie sau corelație) sunt necesare funcțiile de repartiție și densitățile de probabilitate. În practică, aceste mărimi nu sunt cunoscute și avem acces doar la o serie finită de realizări ale procesului, $x[1]$, $x[2]$, ..., $x[N]$. Bazat pe aceste observații se pot defini estimatori ai momentelor procesului, denumiți *statistici empirice*.

Media empirică:

$$\hat{m}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[n]$$

Varianta empirică:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x^2[n] - \hat{m}_x^2$$

Autocorelația empirică:

$$r_x^1(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=k+1}^N x[n]x^*[n-k]$$

sau

$$r_x^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=k+1}^N x[n]x^*[n-k]$$

Domeniul de sumare pentru autocorelația empirică este limitat de numărul finit de observații și de valoarea parametrului k . Pentru $k=0$, autocorelația este calculată folosind toate realizările procesului, dar pentru $k=N-1$ se vor folosi doar $x[1]$ și $x[N]$.

Primul estimator propus, $r_x^1(k)$, are avantajul de a fi un estimator fără decalaj ($E[r_x^1(k)] = r_x(k)$), dar cu varianta mare pentru $k \rightarrow N$. $r_x^2(k)$ este un estimator cu

decalaj $(E[r_x^2(k)]) = \frac{N-k}{N} r_x(k)$, dar varianta pentru valori mari ale lui k este redusa datorita normarii cu $\frac{1}{N}$ in loc de $\frac{1}{N-k}$.

$r_x^1(k)$ este implementat in Matlab cu ajutorul instructiunii **xcorr(x, , 'unbiased')**, iar $r_x^2(k)$ cu **xcorr(x, , 'biased')**.

1.1. Folosind metodele prezentate mai sus, estimati si reprezentati grafic autocorelatia pentru urmatoarele semnale

- un semnal audio (**load handel** returneaza un vector y cu esantioanele semnalului vocal).
- un semnal constant (amplitudine 1).
- un zgomot alb, gaussian, de medie nula si varianta unitara.

Ce estimator ofera rezultate mai bune pentru fiecare dintre semnale? In ce cazuri se prefera folosirea $r_x^1(k)$, respectiv $r_x^2(k)$?

1.2. Generati procesul $x[n] = \alpha x[n-1] + e[n]$ pentru $\alpha = 0.99$, $\alpha = 0.9$ si $\alpha = 0.7$. $e[n]$ este un zgomot alb, gaussian, de medie nula si varianta unitara.

Observatie: $x[n]$ se poate obtine din $e[n]$ prin filtrare cu un filtru IIR.

Care este valoarea teoretica pentru $r_x(k)$? Folosind Matlab determinati si reprezentati grafic (folosind ambele metode prezentate anterior) $r_x(k)$ si $r_e(k)$.

2. Detectie preambul

Fisierul *bitsn.mat* contine o secventa de valori -1 si 1 afectate de zgomot, organizate in cadre de 300 biti (nu este obligatoriu ca primul bit sa corespunda primului cadru din secventa). Fiecare cadru incepe cu un preambul continut in *preamb.mat*.

Folosind functia de intercorelatie intre sirul de biti si preambul, determinati de la ce bit incepe primul cadru si numarul total de cadre complete.

Observatii:

- in acest caz nu mai este necesara normarea rezultatului instructiunii Matlab **xcorr** folosind optiunile **'biased'** sau **'unbiased'**
- se poate presupune identificarea preambulului cand valoarea intercorelatiei este mai mare decat 14 (pentru acest caz particular).
- este posibil ca valoarea intercorelatiei sa fie mai mare decat 14 si pentru unele secvente de biti ce nu reprezinta un preambul (de exemplu secvente de biti identice cu preambulul dar aflate in interiorul unui cadru).