

Lucrarea 1

Sisteme Multirate

1. Decimarea

Fie semnalul

$$s(t) = \sin(2\pi F_1 t) + \sin(2\pi F_2 t),$$

cu $F_1 = 1$ Hz si $F_2 = 3$ Hz. Acest semnal este esantionat cu frecventa de esantionare $F_s = 20$ Hz.

1.1. Utilizand instructiunile **fft** si **fftshift**, determinati spectrul semnalului s si reprezentati-l in functie de frecvente absolute (intre $-F_s/2$ si $F_s/2$) si in functie de frecvente normate (intre -0.5 si 0.5) (ambele graficele vor fi afisate in figura 1, utilizand instructiunea **subplot**).

1.2. Realizati decimarea semnalului initial cu un factor $M=2$ si $M=4$. Se va utiliza un decimator elementar care retine esantioanele multipli de M (instructiunea **downsample**). Reprezentati semnalul initial esantionat si semnalele decimate pe durata a 5 secunde (instructiunea **stem**, figura 2). Reprezentati spectrele semnalelor decimate in functie de frecvente absolute si in functie de frecvente normate (figura 3). In ce situatie apare fenomenul de aliere?

1.3. Filtrati semnalul s cu un filtru FIR trece jos de ordin 30 (folosind instructiunea **fir1**) cu frecventa normata de taiere $1/2M$. Reprezentati spectrul semnalului filtrat si spectrul semnalului filtrat si decimat cu $M=2$ si $M=4$ (figura 4). Mai apare fenomenul de aliere in acest caz? Care trebuie sa fie frecventa de taiere a acestui filtru pentru a evita fenomenul de aliere?

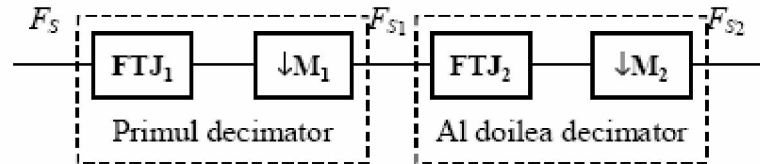
observatie: frecventele introduse ca parametri in instructiunea **fir1** pot lua valori intre 0 si 1, unde 1 corespunde jumatatii frecventei de esantionare. Deci daca se doreste o frecventa normata de taiere egala cu $1/2M$, valoarea parametrului instructiunii va fi $1/M$.

observatie: instructiunea **decimate** este folosita pentru implementarea unui decimator; aceasta instructiune realizeaza atat filtrarea trece jos a semnalului, cat si decimarea cu rata dorita.

1.4. Fie un semnal cu frecventa maxima de 36 Hz esantionat cu o frecventa de esantionare $F_s = 72$ Hz. Din acest semnal se doreste selectarea componentelor cu frecvente intre 0 si 2.5 Hz, cu o banda de tranzitie de la 2.5 la 3 Hz. Riplul maxim in banda de trecere este de 0.5 dB iar in banda de oprire de 40 dB. (valorile absolute ale riplurilor vor fi $10^{(0.5/20)-1}$ pentru banda de trecere si $10^{(-40/20)}$ pentru banda de oprire).

Care sunt frecventele normate corespunzatoare benzii de tranzitie? Care este ordinul unui filtru trece jos FIR ce realizeaza aceasta filtrare? (se va folosi instructiunea **firpmord**).

Deoarece frecventa maxima de interes este de 3 Hz, semnalul poate fi decimat cu un factor $M=12$. Aceasta decimare se va realiza in doua etape, cu doua circuite de decimare, primul cu $M_1=6$ iar al doilea cu $M_2=2$.



Care trebuie sa fie frecventa minima in banda de oprire a primului filtru, F_{b1} , astfel incat sa se evite alierea? Frecventa maxima de trecere, F_{p1} , va fi de 2.5 Hz. Care sunt valorile normate ale acestor frecvente? Care este ordinul acestui filtru?

Al doilea filtru trece jos va avea specificatiile filtrului initial, dar frecventa de esantionare va fi F_s/M_1 . Care va fi ordinul acestui filtru?

Care dintre cele doua variante de filtrare este mai avantajoasa? Explicati.

2. Interpolarea

Generati un semnal sinusoidal cu frecventa de 1 Hz esantionat cu o frecventa de esantionare $F_s=5$ Hz.

2.1. Reprezentati spectrul semnalului in functie de frecventele absolute (intre $-F_s/2$ si $F_s/2$) si in functie de frecventele normate (intre -0.5 si 0.5) (figura 1).

2.2. Mariti rata de esantionare prin expandare cu un factor $L=2$ (instructiunea **upsample**). Reprezentati semnalul initial si semnalul interpolat pe durata a 5 secunde (figura 2). Reprezentati spectrul semnalului interpolat (figura 3).

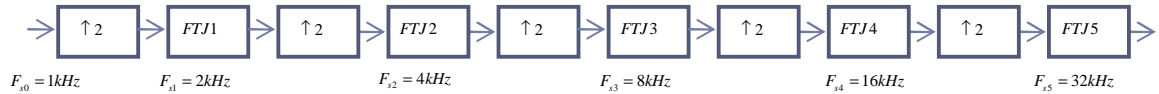
2.3. Pentru a elimina spectrele imagine rezultate dupa interpolare, filtrati semnalul rezultat cu un filtru fir trece jos de ordin 30, frecventa normala de taiere $1/2L$ si castigul L . Reprezentati spectrul semnalului filtrat (figura 3). Care trebuie sa fie banda de trecere, respectiv banda de oprire a acestui filtru pentru a reface spectrul semnalului initial?

observatie: instructiunea **interp** este folosita pentru implementarea unui interpolator; aceasta instructiune expandeaza semnalul cu rata specificata, apoi il filtreaza trece jos.

2.4. Un semnal cu frecventa maxima de 450 Hz este interpolat cu un factor de 32. Dupa interpolare, spectrele imagine sunt eliminate prin filtrare cu un filtru fir trece jos ce are

frecventa maxima in banda de trecere $F_p=450$ Hz si frecventa minima in banda de oprire 550 Hz. Care este ordinul filtrului, daca riplul maxim permis in banda de trecere este de 0.5 dB iar in banda de oprire este 40 dB? (se va folosi instructiunea **firpmord**).

In continuare, interpolarea cu 32 este inlocuita cu 5 etaje succesive alcatuite dintr-un interpolator de ordinul 2 si un filtru trece jos.



Care sunt frecventele limita de trecere, respectiv de oprire pentru fiecare filtru? Care vor fi ordinele filtrelor? Valorile riplurilor in banda de trecere vor fi de 0.3, 0.1, 0.05, 0.03, respectiv 0.02 dB, iar in banda de oprire de 40 dB.

Care dintre cele doua variante de interpolare este mai avantajoasa? Explicati.

3. Schimbarea ratei de esantionare cu o valoare fractionara

Schimbarea ratei de esantionare cu un factor rational L/M se poate realiza prin interpolare cu un factor L si decimare cu un factor M. Ce succesiune a operatiilor este mai avantajoasa? (decimare-interpolare sau interpolare-decimare).

In cazul succesiunii interpolare-decimare, schema corespunzatoare convertorului de rata este



Care este frecventa de taiere a filtrului trece jos in acest caz?