Măsurări în Electronică şi Telecomunicaţii

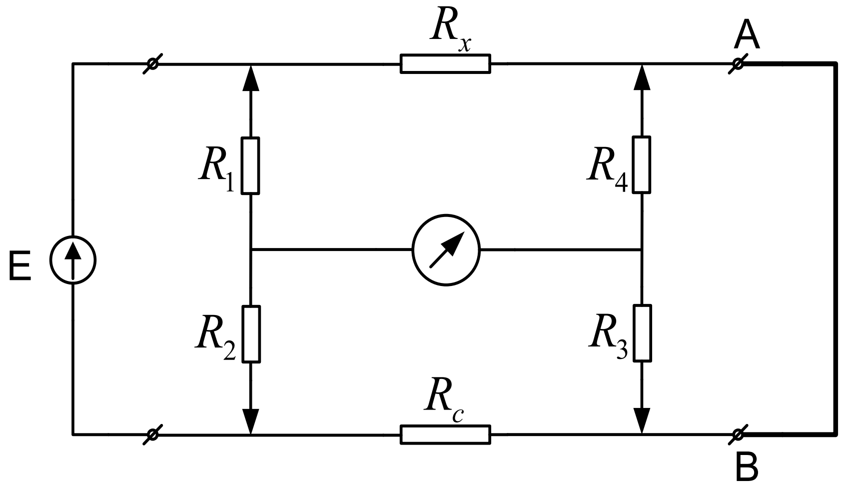
www.comm.pub.ro/preda/metc

4. Măsurarea impedanţelor

4.2. Măsurarea rezistenţelor în curent continuu

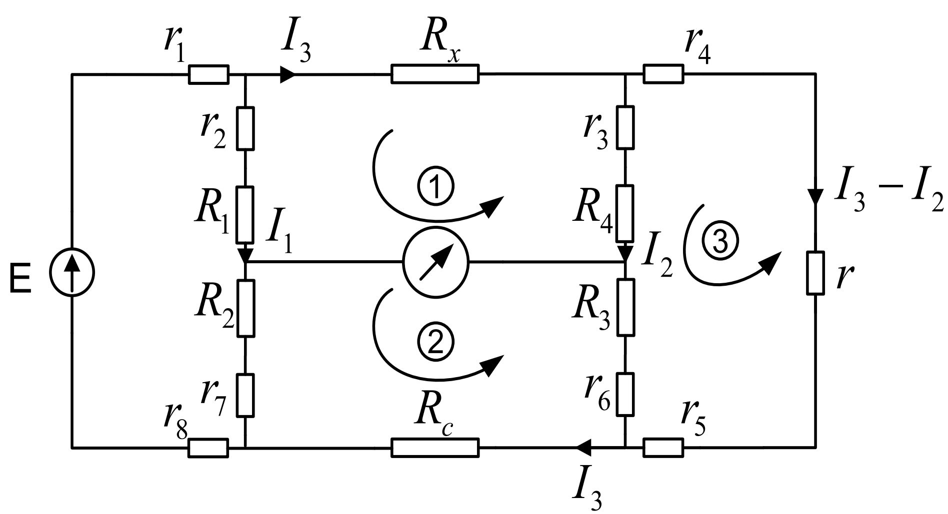
Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mici

- *conexiune cuadripolară*
- puntea dublă Thomson
- R_x în conexiune cuadripolară comparată cu rezistenţa R_e
- $10^{-6}\Omega$ - 1Ω cu erori sub 0,1%



Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mici

- r_i - rezistenţele de contact
- r - rezistenţa firului AB
- la echilibru ($I_d = 0$, $U_d = 0$) se scriu ecuaţiile Kirchhoff pentru cele trei ochiuri
- r_i foarte mici se neglijeaza în raport cu R_k.



Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mici

$$R_1 I_1 - R_4 I_2 - R_x I_3 = 0$$

$$R_2 I_1 - R_3 I_2 - R_e I_3 = 0$$

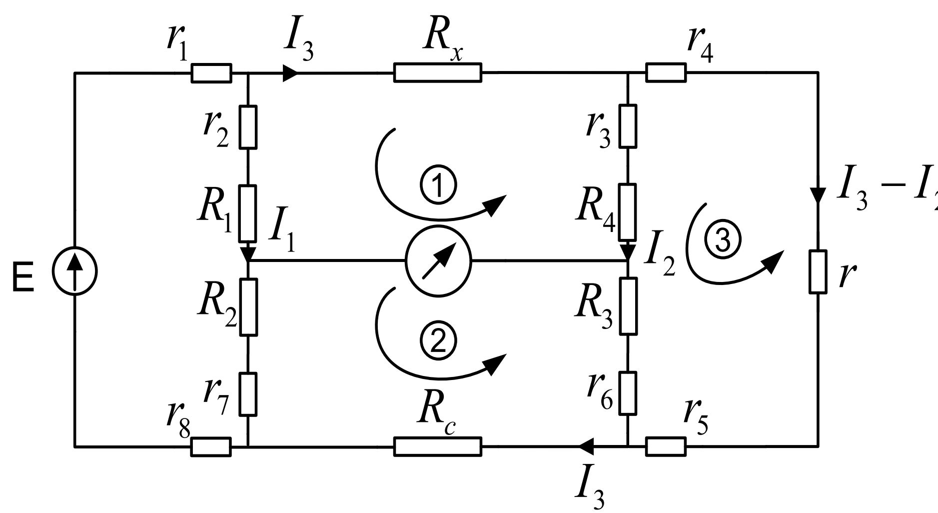
$$\left(R_3 + R_4\right) I_2 - r_t (I_3 - I_2) = 0$$

- Sistem omogen ca să aibă soluţii nenule trebuie ca

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & -R_4 & -R_x \\ R_2 & -R_3 & -R_e \\ 0 & R_3 + R_4 & -r_t \end{vmatrix} = 0$$

$$r_t = r + r_4 + r_5$$

$$r_t << R_3 + R_4$$



Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mici

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & -R_4 & -R_x \\ R_2 & -R_3 & -R_e \\ 0 & R_3 + R_4 & -r_t \end{vmatrix} = 0$$

$$R_x R_2 \left(R_3 + R_4\right) - R_e R_1 \left(R_3 + R_4\right) + r_t \left(R_2 R_4 - R_1 R_3\right) = 0$$

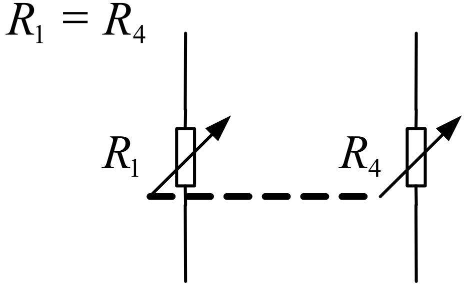
$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_e - r_t \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{R_2\left(R_3 + R_4\right)} = \frac{R_1}{R_2} R_e - \underbrace{\rho}_{\text{termen de corectie}}$$

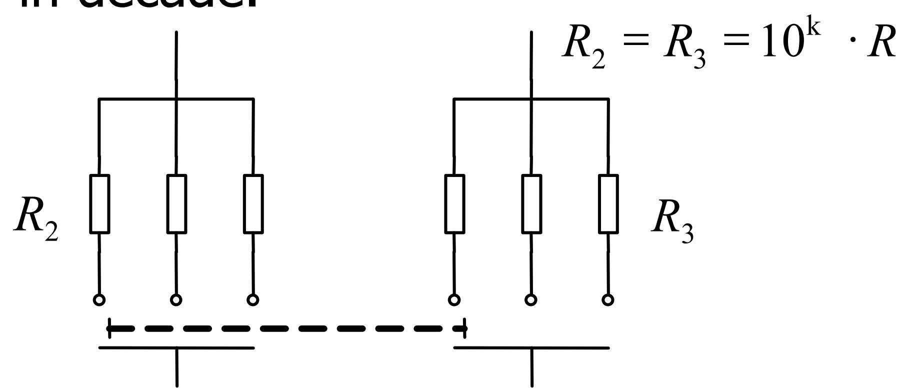
- Se alege $\rho = 0$ şi rezultă:

Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mici

$$\boxed{R_x = \frac{R_1}{R_2} R_e} \text{ dacă } R_1 R_3 = R_2 R_4 \text{ sau } r = 0$$

- Prima condiţie
  - R_1 şi R_4 identice şi reglabile prin cursor comun
  - R_2 şi R_3 identice şi reglabile în decade.





- A doua condiţie:
  - conductor cu secţiune mare şi lungime mică

Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari

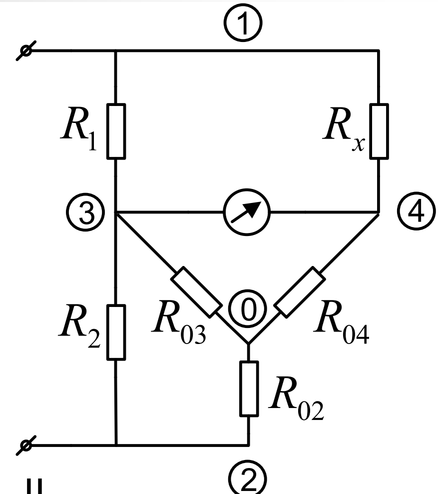
- *conexiunea tripolară*
- la puntea Wheatstone:

$$R_x = R_e \frac{R_1}{R_2}$$

pentru R_x foarte mare rezultă:

- fie R_e foarte mare (practic imposibil de realizat cu precizie acceptabilă);
- fie $A = \frac{R_1}{R_2} >> 1$ → S foarte scăzută

Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari



Soluţie

- R_3 echivalentă de valoare mare utilizând rezistoare de valori normale
- Transformând $\mathrm{Y} \rightarrow \Delta$ rezultă

$$R_{23} = R_{03} + R_{02} + \frac{R_{02} \cdot R_{03}}{R_{04}} \qquad R_2 \Rightarrow R_2^{'} = R_2 \| R_{23}$$

$$R_{34} = R_{03} + R_{04} + \frac{R_{03} \cdot R_{04}}{R_{02}}$$

care apare în paralel pe detector şi nu influenţează echilibrul

$$R_{42} = R_{04} + R_{02} + \frac{R_{04} \cdot R_{02}}{R_{03}} = R_{04} + R_{02}\left(1 + \frac{R_{04}}{R_{03}}\right) = R_3$$

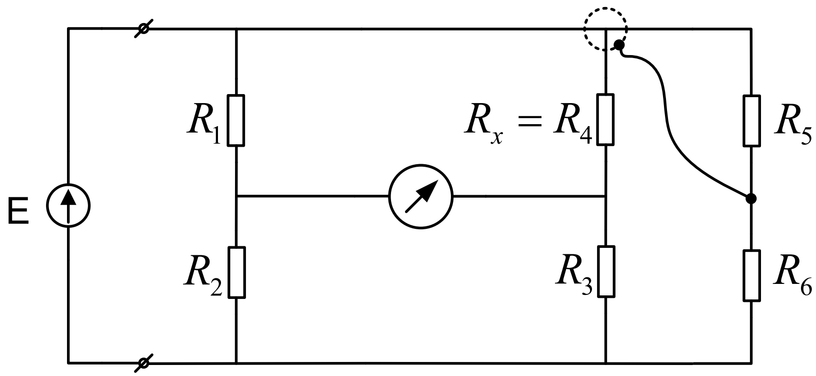
Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari

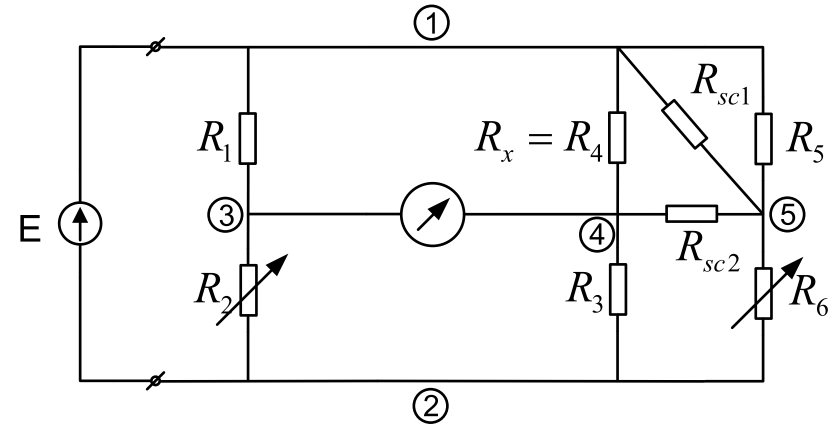
- R_3 foarte mare pentru $\dfrac{R_{04}}{R_{03}} >> 1$
- condiţia de echilibru devine

$$R_x = R_{42}\frac{R_1}{R_2'}$$

- De asemenea, pentru a nu limita sensibilitatea punţii în cazul rezistenţelor R_x foarte mari, o altă necesitate este ca detectorul de zero să aibă R_d foarte mare.
- Puntea care permite măsurarea rezistenţelor în conexiune tripolară este **puntea Wagner**

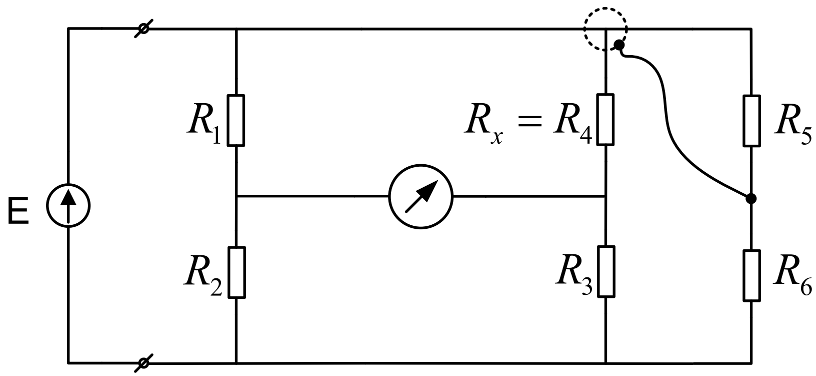
Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari

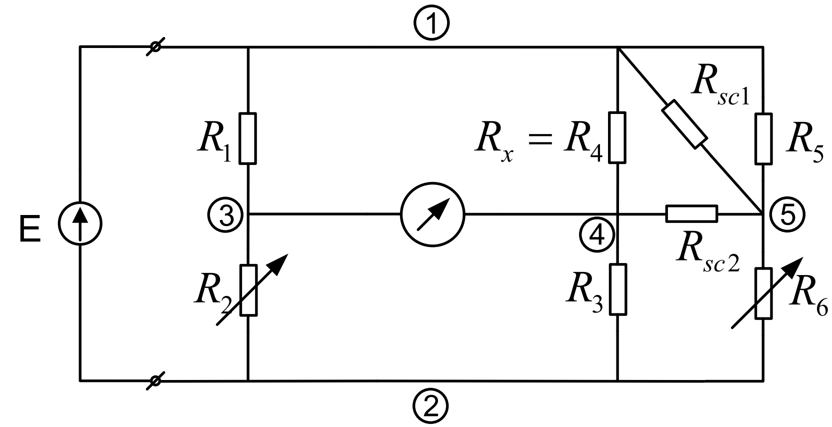




- gardarea uneia din bornele la care se leagă R_x
- R_{sc} dintre bornele lui R_x este divizată în R_{sc1} şi R_{sc2}
- Pentru ca R_{sc1} şi R_{sc2} să nu afecteze măsurarea lui R_x echilibrul se face în două etape:

Punţi pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari





1. cu detectorul de nul între punctele 4-5
2. cu detectorul de nul între punctele 3-4

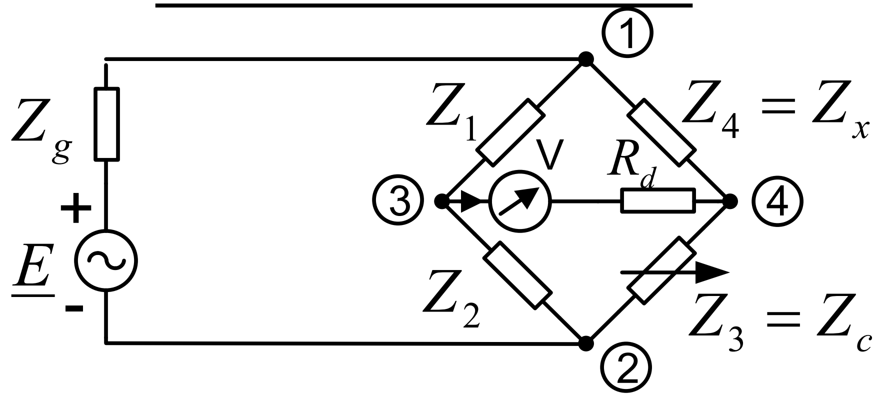
4. Măsurarea impedanţelor

4.3. Măsurarea impedanţelor complexe

Măsurarea impedanţelor prin metode de zero

- **Punţi de curent alternativ**
  - generatorul şi detectorul de tensiuni alternative
- *Condiţia de echilibru*

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$$



  - relaţie complexă → 2 relaţii reale

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\{Z_1 Z_3\} = \mathrm{Re}\{Z_2 Z_4\} \\ \mathrm{Im}\{Z_1 Z_3\} = \mathrm{Im}\{Z_2 Z_4\} \end{cases} \Rightarrow \text{ 2 } \textit{elemente de reglaj}$$

Punţi de curent alternativ

Criterii in alegerea structurii **:**

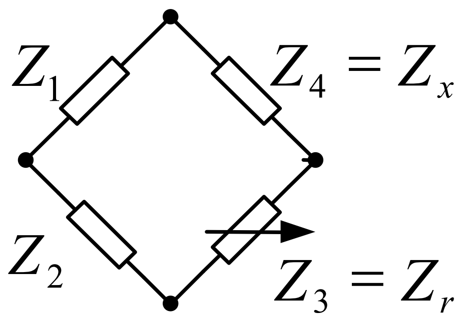
- Nu este necesar ca toate braţele punţii să fie complexe.
  - 2 braţe complexe: *braţul de măsurat* şi *de referinţă.*
  - 2 *braţe auxiliare* (numai R, numai X, o R şi o X)
- relaţiile de echilibru să nu depindă de frecvenţă
- Cele două mărimi ale impedanţei necunoscute să depindă fiecare doar de câte un element reglabil
- Nu trebuie folosite bobine etalon

Clasificarea punţilor de curent alternativ

A. După poziţia braţelor auxiliare

Punţi de raport - cu *braţe auxiliare alăturate*

- raport *real* sau *imaginar*
- condiţia de echilibru:



$$Z_4 = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3$$

Punţi de raport

1. $Z_1 = R_1 \qquad Z_2 = R_2 \qquad \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{R_1}{R_2} \in \mathbb{R}$

2. $Z_1 = \mathrm{j}X_1 \qquad Z_2 = \mathrm{j}X_2 \qquad \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{X_1}{X_2} \in \mathbb{R}$

3. $Z_1 = R_1 \qquad Z_2 = \mathrm{j}X_2 \qquad \dfrac{Z_1}{Z_2} = -j\dfrac{R_1}{X_2} \in \mathbf{I}$

4. $Z_1 = \mathrm{j}X_1 \qquad Z_2 = R_2 \qquad \dfrac{Z_1}{Z_2} = j\dfrac{X_1}{R_2} \in \mathbf{I}$

Punţi de raport

- Din condiţia de echilibru se obţine pentru fiecare caz

1. $$Z_x = \frac{R_1}{R_2} Z_r \quad \Rightarrow \quad \frac{X_x}{X_r} = \frac{R_1}{R_2} > 0$$

2. $$Z_x = \frac{X_1}{X_2} Z_r \quad \Rightarrow \quad \frac{X_1}{X_2} = \frac{R_x}{R_r} > 0 \qquad \frac{X_x}{X_r} = \frac{X_1}{X_2} > 0$$

3. $$Z_x = \frac{R_1}{jX_2} Z_r \quad \Rightarrow \quad \frac{X_r}{X_2} = \frac{R_x}{R_1} > 0 \qquad -X_x X_2 = R_1 R_r > 0$$

4. $$Z_x = \frac{jX_1}{R_2} Z_r \quad \Rightarrow \quad -X_1 X_r = R_x R_2 > 0 \qquad \frac{X_x}{X_1} = \frac{R_r}{R_2} > 0$$

Punţi de raport

- ***Concluzii***
  - *Punţile de raport real* - Z_x de aceeaşi natură cu Z_r
  - *Punţile de raport imaginar* - Z_x de natură diferită de Z_r

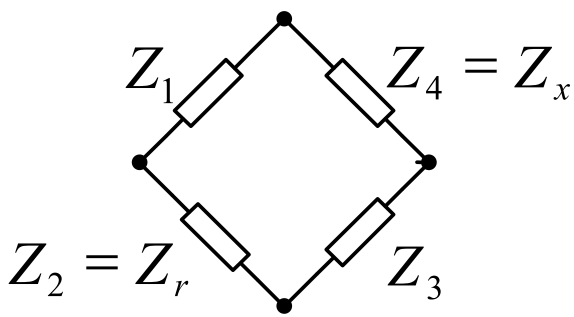
Clasificarea punţilor de curent alternativ

A. După poziţia braţelor auxiliare

Punţi de produs

- produsul <u>real</u> sau <u>imaginar</u>

- Condiţia de echilibru este:



$$Z_4 = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3 = Z_1 Z_3 Y_2$$

Punţi de produs

1. $Z_1 = R_1 \qquad Z_3 = R_3 \qquad Z_1 Z_3 = R_1 R_3 \in \mathbb{R}$

2. $Z_1 = \mathrm{j}X_1 \qquad Z_3 = \mathrm{j}X_3 \qquad Z_1 Z_3 = -X_1 X_3 \in \mathbb{R}$

3. $Z_1 = R_1 \qquad Z_3 = \mathrm{j}X_3 \qquad Z_1 Z_3 = jR_1 X_3 \in \mathbf{I}$

4. $Z_1 = \mathrm{j}X_1 \qquad Z_3 = R_3 \qquad Z_1 Z_3 = jX_1 R_3 \in \mathbf{I}$

Punţi de produs

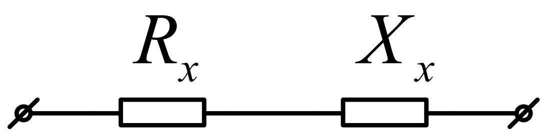
Concluzii

- *Punţile de produs real* - Z_x de natură diferită de Z_r
- *Punţile de produs imaginar* - Z_x de aceeaşi natură cu Z_r

Clasificarea punţilor de curent alternativ

B. După modul de reprezentare (structura) a impedanţei măsurate

- *Punţi serie*



$$Z_x = R_x + jX_x$$

- se măsoară R_x si X_x

Clasificarea punţilor de curent alternativ

- dacă *puntea este de raport* (de ex. rezistiv)

$$Z_x = R_x + jX_x = \frac{R_1}{R_2} Z_r$$

  - $Z_r = R_r + jX_r$ de structură serie

- dacă *puntea este de produs*

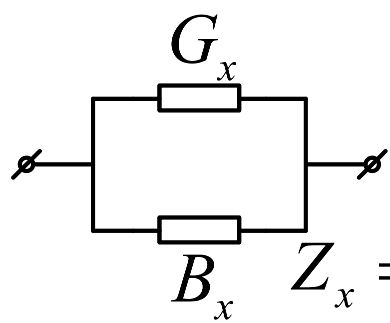
$$Z_x = R_x + jX_x = R_1 R_3 Y_r$$

  - $Y_r = \frac{R_x + jX_x}{R_1 R_3} = G_r + jB_r$ de structură derivaţie

Clasificarea punţilor de curent alternativ

B. După modul de reprezentare (structura) impedanţei măsurate

- *Punţi derivaţie*



$$Z_x = \frac{1}{Y_x}$$

- se măsoară G_x si B_x

Clasificarea punţilor de curent alternativ

- dacă *puntea este de raport* elementul de referinţă este şi el de structura derivaţie

$$Y_x = \frac{R_2}{R_1} Y_r$$

$$G_x + jB_x = \frac{R_2}{R_1} Y_r$$

$$\Rightarrow \quad Z_r = \frac{1}{Y_r} = \frac{1}{G_r + jB_r}$$

- dacă *puntea este de produs* elementul de referinţă este serie

$$Z_x = R_1 R_3 Y_r \Rightarrow Y_x = G_1 G_3 Z_r$$

$$G_x + jB_x = G_1 G_3 Z_r$$

$$\Rightarrow Z_r = R_r + jX_r$$

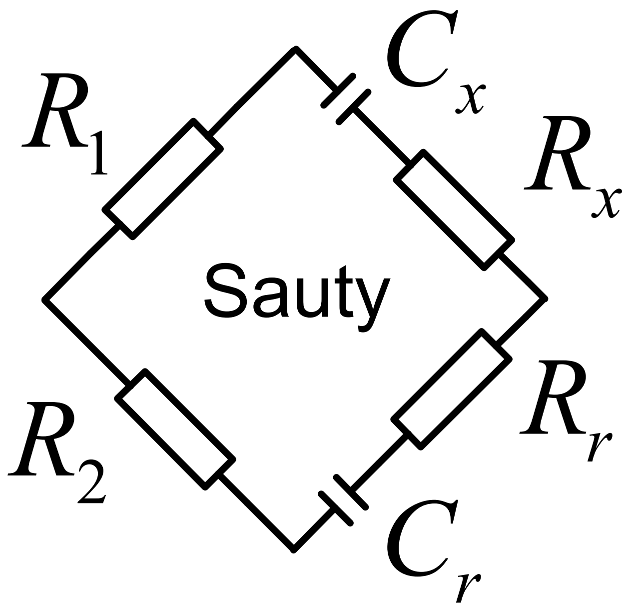
Clasificarea punţilor de curent alternativ

C. După poziţia elementelor reglabile

- Punţi cu *ambele elemente reglabile în braţele de referinţă* .
  - etalonate în valori ale R şi X, sau G şi B, pentru a măsura direct Zx (braţ referinţă = braţ etalon).
- Punţi cu *elemente reglabile în braţe diferite*, dar nu în cel al impedanţei $Z_{x.}$
- Punţi cu elemente etalon în acelaşi braţ cu $Z_{x.}$

Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

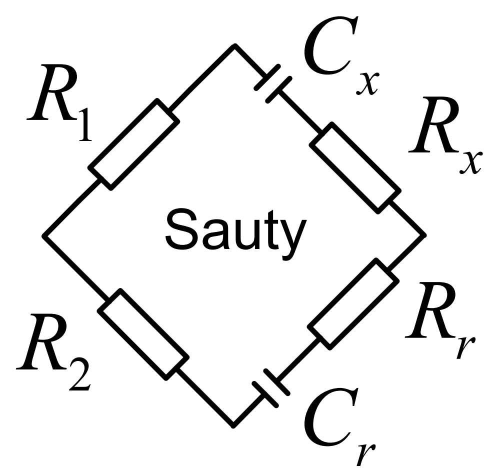
- ***Puntea Sauty***



Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

- ***Puntea Sauty***
  - Este o punte de raport rezistiv serie
  - condiţia de echilibru:

$$R_x + \frac{1}{j\omega C_x} = \frac{R_1}{R_2}\left(R_r + \frac{1}{j\omega C_r}\right)$$



  - Rezultă:

$$\boxed{R_x = \frac{R_1}{R_2} R_r} \qquad \boxed{C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r}$$

  - Se observă că relaţiile de echilibru sunt independente de frecvenţă.

Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

$$\boxed{R_x = \frac{R_1}{R_2} R_r} \qquad \boxed{C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r}$$

Etalonare

- măsurare directă a lui R_x şi C_x (reprezentare carteziană)

$R_r = R_e$ etalonată în valori ale lui R_x;

$C_r = C_e$ etalonată în valori ale lui C_x.

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cancel{R_e} \qquad C_x = \frac{R_2}{R_1} \cancel{C_e}$$

- R_1/R_2 variabil în trepte decadice $\quad \frac{R_1}{R_2} = 10^{\pm n}$

Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

- măsurarea directă a lui C_x şi D_x (reprezentare mixtă)

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r \qquad D_x = \omega C_x R_x = \omega C_r R_r$$

- elemente reglabile :

  R_2 care se poate etalona în valori ale lui C_x,

  R_r ce se poate etalona în valori ale lui D_x

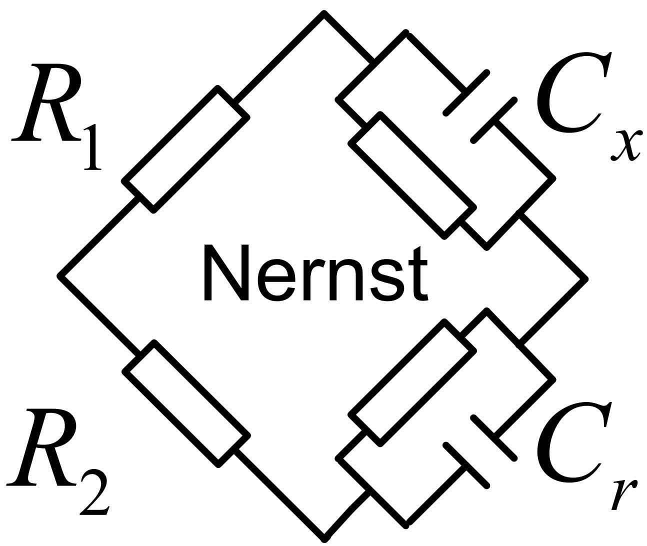
  pentru o valoare a frecventei data

$$C_x = \frac{C_r}{R_1} \cancel{R}_{2e} \qquad D_x = \omega C_r \cancel{R}_{3e}$$

- R_{3emax} limitează pe D_x, rezulta ca *puntea Sauty* este utilizată pentru măsurarea **C** cu *pierderi mici*.

Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

- ***Puntea Nernst*** *(puntea Sauty derivaţie)*

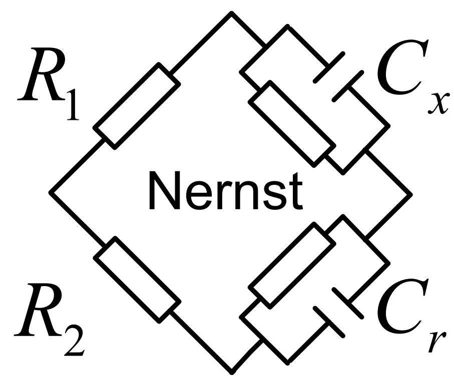


Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

- ***Puntea Nernst** (puntea Sauty derivaţie)*
  - Este o punte de raport rezistiv de tip paralel.
  - condiţia de echilibru:

$$G_x + jB_x = \frac{R_2}{R_1}\left(G_r + jB_r\right)$$

  - Rezultă: $\boxed{G_x = \frac{R_2}{R_1} G_r}$ $\boxed{C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r}$
  - sau $\boxed{R_x = \frac{R_1}{R_2} R_r}$ $\boxed{C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r}$



    - relaţiile identice cu cele obţinute la puntea Sauty

Punţi pentru măsurarea condensatoarelor

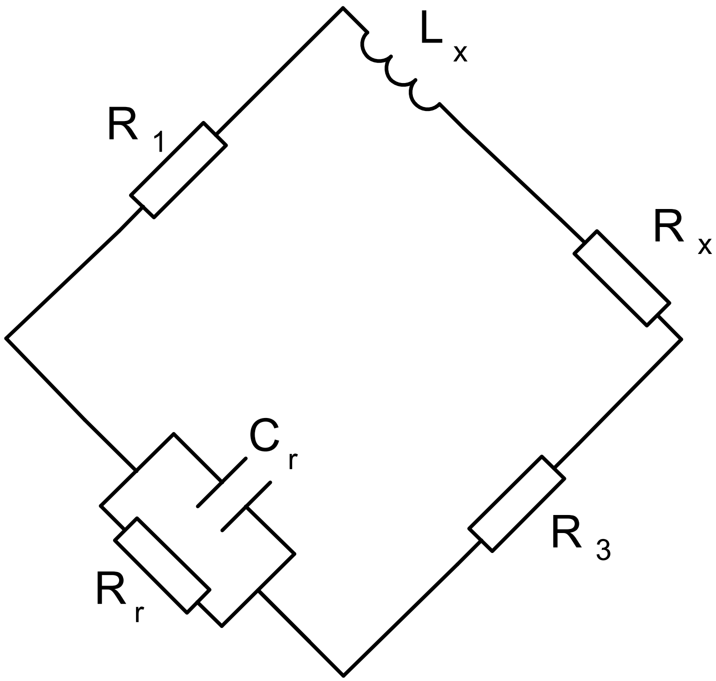
- *Concluzie*
  - Pentru *două punţi duale*, relaţiile de echilibru sunt identice.
  - alegerea elementelor reglabile valabile şi la puntea Nernst, numai că:

$$D_x = \frac{1}{\omega C_x R_x} = \frac{1}{\omega C_r R_r} = \frac{1}{\omega C_r \cancel{R}_{3e}}$$

  - D_x limitat inferior → puntea Nerst pentru măsurarea **C** cu pierderi mari, sau **R** cu C mare în paralel

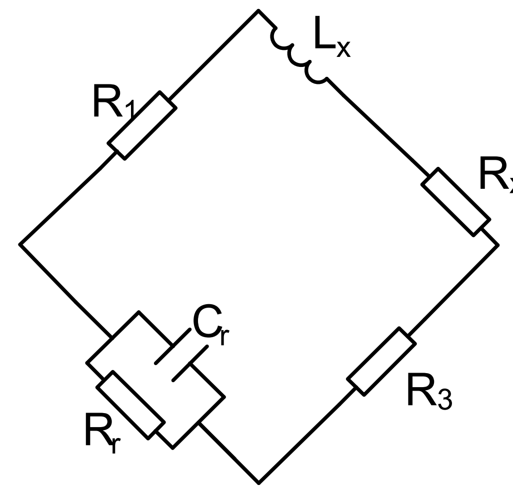
Punţi pentru măsurarea bobinelor

- ***Puntea Maxwell***



Punţi pentru măsurarea bobinelor

- *Puntea Maxwell*
  - Este o punte de produs rezistiv de tip serie
  - condiţia de echilibru:



$$R_x + j\omega L_x = R_1 R_3 \left(G_r + j\omega C_r \right)$$

  - Rezultă:

$$R_x = R_1 R_3 \frac{1}{R_r} \qquad L_x = R_1 R_3 C_r$$

  - şi

$$Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \omega C_r R_r$$

Punţi pentru măsurarea bobinelor

- Ca elemente reglabile se pot alege elementele braţului de referinţă.
- Dacă se doreşte indicarea directă a lui R_x şi L_x atunci:

  $R_r = \cancel{R}_e$ gradată în valori ale lui R_x;

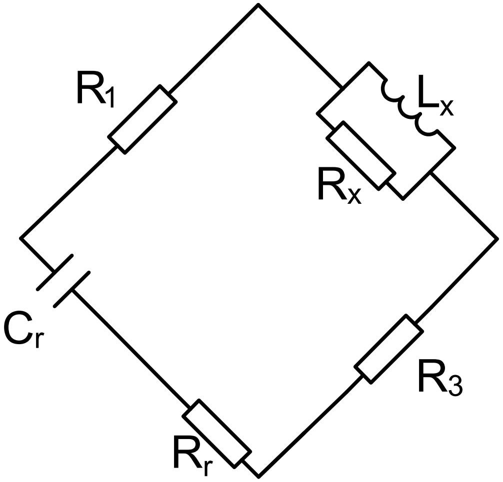
  $C_r = \cancel{C}_e$ gradată în valori ale lui L_x.
- Dacă se doreşte indicarea directă a lui L_x şi Q_x atunci:

  $R_3 = \cancel{R}_{3e}$ gradat în valori ale lui L_x

  $R_r = \cancel{R}_{2e}$ gradat în valori ale lui Q_x pentru frecvenţă dată.
- puntea Maxwell se poate utiliza pentru L_x cu Q_x mic.

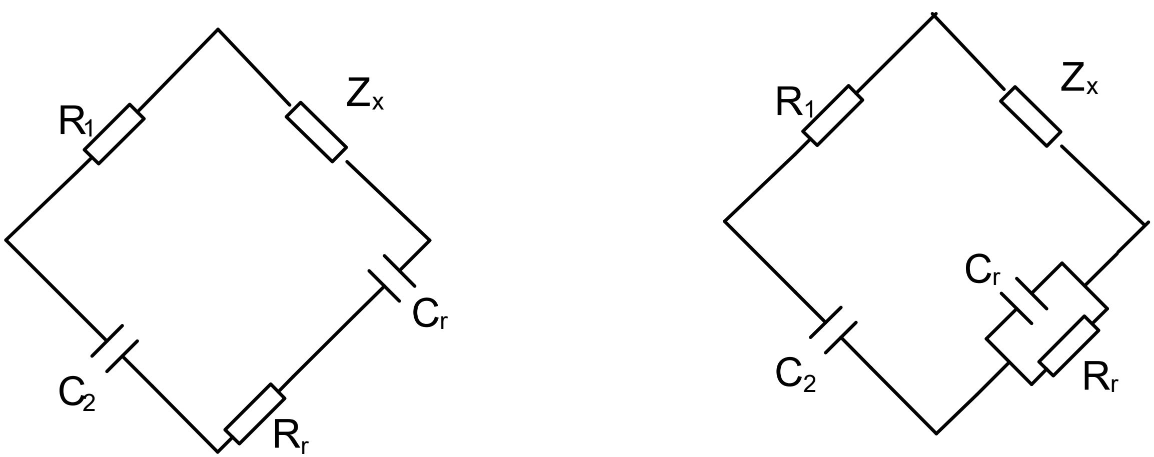
Punţi pentru măsurarea bobinelor

- ***Puntea Hay***
  - duala punţii Maxwell
  - Se foloseşte pentru măsurarea bobinelor cu Q mare sau mediu



Exerciţiu

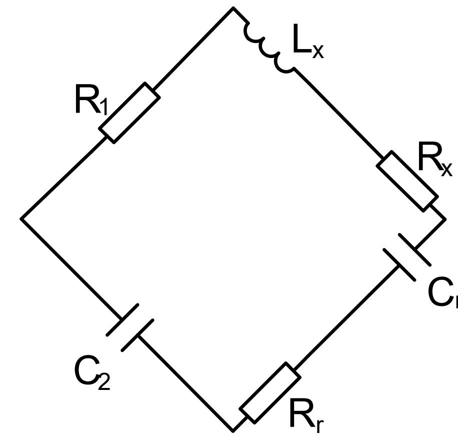
- Pentru puntea din figură deduceţi condiţiile de echilibru şi discutaţi posibilităţi de alegere a elementelor reglabile conform reprezentării carteziene, respectiv mixte a impedanței Zx



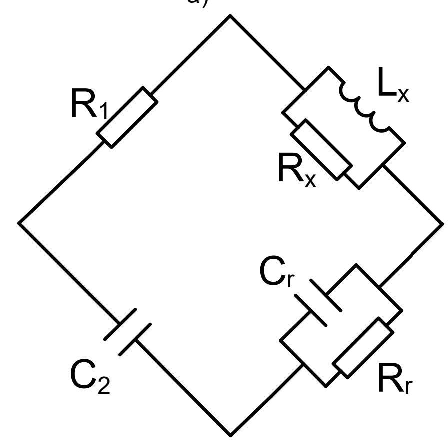
a) b)

Punţi pentru măsurarea bobinelor

- ***Puntea Owen***
  - punte de raport imaginar
    în ambele variante, serie şi paralel, care sunt duale între ele.
  - de exemplu pentru varianta serie a)



a)



b)

$$R_x + j\omega L_x = R_1 j\omega C_2 \left(R_r + \frac{1}{j\omega C_r} \right)$$

$$R_x = \frac{C_2}{C_r} R_1 \qquad L_x = C_2 R_1 R_r$$

$$Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \omega C_r R_r$$

Punţi pentru măsurarea bobinelor

- Dacă se aleg:
  - $\cancel{C}_r$ şi $\cancel{R}_r$ se măsoară direct R_x şi L_x
  - $\cancel{C}_r$ şi $\cancel{C}_2$ se măsoară direct Q_x şi L_x la frecvenţă fixată