

Măsurări în Electronică și Telecomunicații

www.comm.pub.ro



4. Măsurarea impedanțelor

4.1 Generalități



Caracterizarea impedanțelor

- o impedanță poate fi exprimată prin:

- forma *algebraică (carteziană)*,

$$Z = R + jX$$

- forma *exponențială (polară)*,

$$Z = |Z|e^{j\varphi_Z}$$

unde $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\varphi_Z = \text{arctg} \frac{X}{R}$

- pentru a caracteriza o impedanță → două mărimi reale



Caracterizarea impedanțelor

- Reprezentarea algebrică
 - *structură serie*

$$Z = R + jX$$

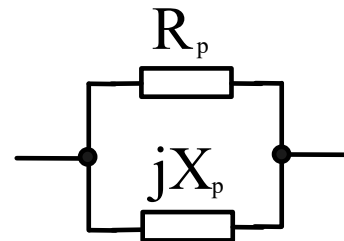
- *structuri derivație*

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB = |Y|e^{j\phi_Y}$$



Reactori disipativi

- rezistențele, bobinele și condensatoarele nu sunt ideale.
- *reactor disipativ*
 - reactori disipativi serie
 - reactori disipativi derivație





Reactori disipativi

- În general:
 - **reactanța** unui reactor disipativ: bobină, condensator, combinații a celor două;
 - **rezistența** unui reactor disipativ: rezistor sau partea activă a unei reactanțe cu pierderi.

- X_s și X_p variază cu f
- R_s și R_p depind de f



Reactori disipativi

- *factorul de calitate Q*

$$Q = \frac{|P_r|}{P_a}$$

- P_r este puterea reactivă medie,
- P_a este puterea activă medie.



Reactori disipativi

- Pentru *reactorul disipativ serie*:

$$|P_r| = \frac{1}{2} |X_s| I^2$$

$$P_a = \frac{1}{2} R_s I^2$$



$$Q_s = \frac{|X_s|}{R_s}$$





Reactori disipativi

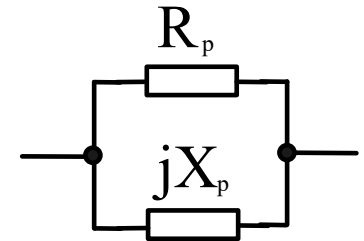
- Pentru *reactorul disipativ derivație*:

$$|P_r| = \frac{1}{2} \frac{U^2}{|X_p|}$$

$$P_a = \frac{1}{2} \frac{U^2}{R_p}$$



$$Q_p = \frac{R_p}{|X_p|}$$





Reactori disipativi

$$Q_s = \frac{|X_s|}{R_s}$$

$$Q_p = \frac{R_p}{|X_p|}$$

- caracter reactiv predominant (Q mare),
 - $X \gg R$ la reactorul disipativ serie
 - $X \ll R$ la reactorul disipativ derivație.
- Cum se trece de la configurația serie a unui reactor disipativ la cea derivație și invers?
→ *relații de echivalență*



Reactori disipativi

- Reactori echivalenți

$$G_p + jB_p = \frac{1}{R_s + jX_s} \Leftrightarrow \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p} = \frac{R_s - jX_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \quad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

$$Q_p = \frac{R_p}{|X_p|} = \frac{|X_s|}{R_s} = Q_s \triangleq Q$$



Reactori disipativi

- Cu ajutorul lui Q , relațiile de echivalență se mai pot scrie,
$$\begin{cases} R_p = R_s (1 + Q^2) \\ X_p = X_s \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) \end{cases}$$
- relațiile permit trecerea de la o configurație la cealaltă
- X_s și X_p au același semn \rightarrow natura reactanței se menține la trecerea de la o configurație la alta.



Reactori disipativi

- ***Cazuri particulare:***

- Dacă $Q \gg 1$

$$\begin{cases} R_p \cong R_s Q^2 \\ X_p \cong X_s \end{cases} \quad (\text{se păstrează reactanța})$$

- Dacă $Q \ll 1$

$$\begin{cases} R_p \cong R_s \\ X_p \cong \frac{X_s}{Q^2} \end{cases} \quad (\text{se păstrează rezistența})$$



Reactori disipativi

- Q dependent de $f \rightarrow$ echivalența între reactorii disipativi este valabilă *numai la frecvența la care s-a efectuat calculul.*
- Uneori, în loc de Q , se mai folosesc:

- factorul de pierderi,

$$D = \frac{1}{Q}$$

- unghiul de pierderi,

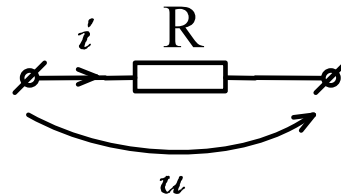
$$\delta = \arctg \frac{1}{Q} = \arctg D$$



Elemente pasive de circuit (dipolare)

Rezistorul

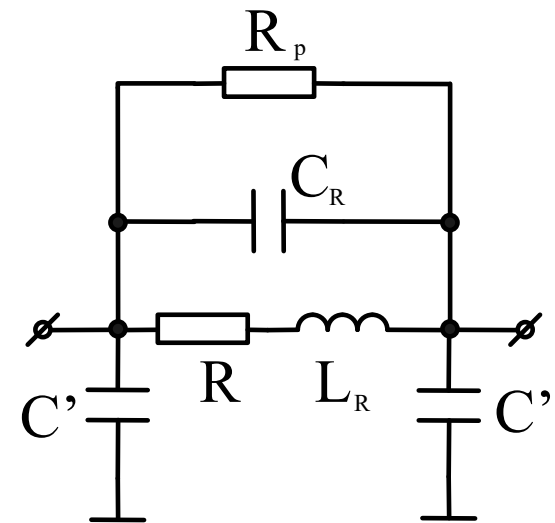
- $u = Ri$,
- R - *rezistența*





Elemente pasive de circuit (dipolare)

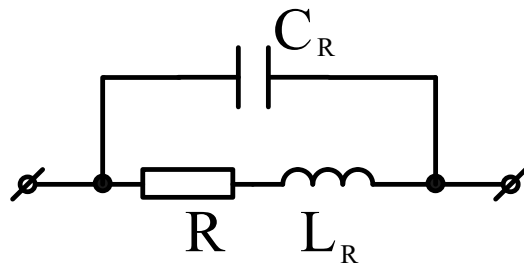
- Rezistorul *real* este însoțit de elemente parazite:
 - R - este rezistența caracteristică având o valoare preponderentă în comparație cu celelalte elemente;
 - L_R - este inductanța datorată înmagazinării unei energii magnetice în jurul rezistorului;
 - C_R - este capacitatea dintre extremitățile rezistorului;
 - C' - sunt capacitățile echivalente corespunzătoare capacității distribuite față de masă ale rezistorului;
 - R_p - este rezistența corespunzătoare pierderilor în dielectricul izolației și în suportul rezistorului.





Elemente pasive de circuit (dipolare)

- construcție îngrijită, procedee tehnologice moderne
→ R_p și C' se pot neglija
→ influența dată de L_R și C_R poate fi redusă,
- în practică schema echivalentă:



- L_R și C_R variază cu f → impedanță ce variază cu f



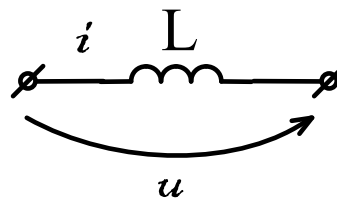
Elemente pasive de circuit (dipolare)

Bobina

- Bobina *ideală*

$$u = L \frac{di}{dt}$$

- L - *inductanța* bobinei

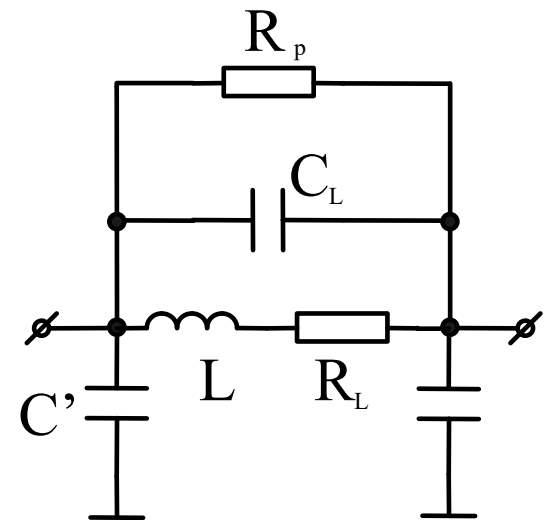
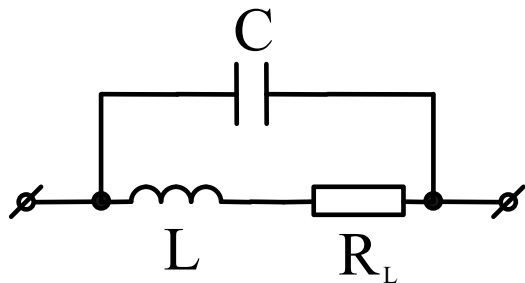




Elemente pasive de circuit (dipolare)

- Bobina *reală* are schema echivalentă identică cu a rezistorului
- preponderentă este inductanța L .

- În practică, schema echivalentă





Elemente pasive de circuit (dipolare)

- Q la frecvența de lucru ω este:

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_L}$$

- Q variază cu f
- Q constant în $(f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f)$

$$\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1$$



Elemente pasive de circuit (dipolare)

- Valori uzuale ale lui Q_L :
 - pentru bobine fără circuit magnetic închis:

$$Q_L = 10 \div 120$$

- pentru bobine realizate cu oale de ferită:

$$Q_L = 100 \div 300$$



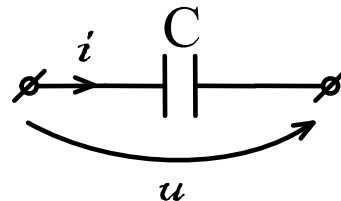
Elemente pasive de circuit (dipolare)

Condensatorul

- Condensatorul *ideal*

$$u = \frac{1}{C} \int^t i dt$$

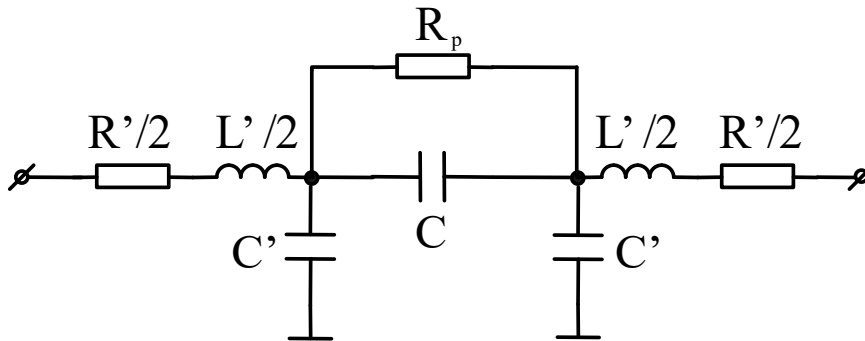
- C - *capacitatea* condensatorului



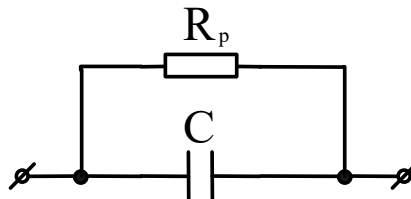


Elemente pasive de circuit (dipolare)

- Condensatorul real are schema echivalentă:



- În cazurile practice se utilizează schema echivalentă simplificată





Elemente pasive de circuit (dipolare)

$$Q_C = \frac{R_p}{1/\omega C} = \omega C R_p$$

- valori de câteva ori mai mari decât în cazul bobinelor reale
- Asemănător ca la bobină, și pentru condensator, într-o bandă de frecvență respectând condiția ,
 $\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1$ Q se poate considera *constant*.



Tehnici și configurații generale de măsură

Clasificare:

- Metode de comparație
 - ex. puntea de măsură
 - ex. *Impedanțmetrul (LCR-metrul) numeric*



Tehnici și configurații generale de măsură

- **Măsurarea indirectă** bazată pe legea lui Ohm.
 - injectare I și măsurarea U la borne
 - conversie impedanță-tensiune
 - *multimetrele numerice.*
 - aplicarea U cunoscută și măsurarea I
 - *ohmmetrele electrice*



Tehnici și configurații generale de măsură

- fenomenul de rezonanță.
 - *Q-metrul*
- măsurarea impedanțelor la frecvențe mari (microunde).
 - *analizorul de rețea*

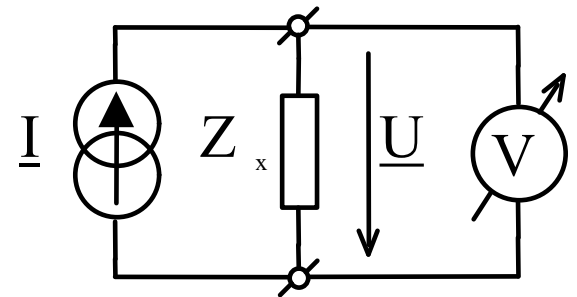


Tehnici și configurații generale de măsură

Conversia impedanță-tensiune

- un curent \underline{I} este aplicat Z_x
- Presupunând \underline{I} origine de fază

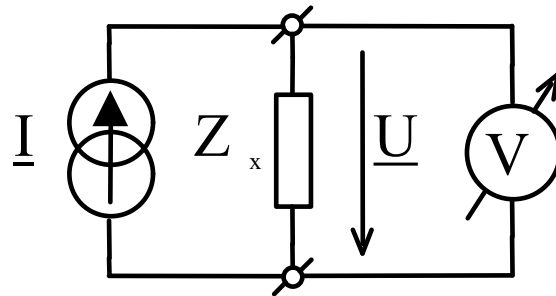
$$Z_x = R_x + jX_x = \frac{\operatorname{Re}\underline{U}}{I} + j\frac{\operatorname{Im}\underline{U}}{I}$$





Tehnici și configurații generale de măsură

- **voltmetru vectorial**
- *configurație dipolară*





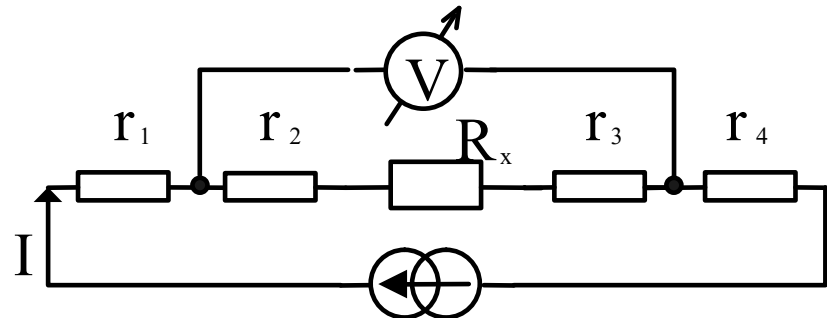
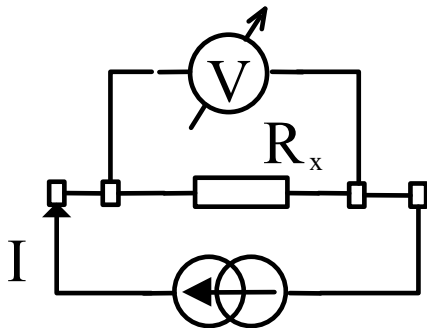
Tehnici și configurații generale de măsură

- Măsurare afectată de o serie de impedanțe parazite:
 - *impedanțe parazite serie* ce au valoare mică (rezistențele de contact, rezistențele și inductanțele conductorilor de legătură)
 - *impedanțe parazite paralel*, de valoare mare (rezistențele de scurgeri în dielectricul dintre borne, sau în cel al cablurilor, capacități parazite etc.)
- Aceste impedanțe parazite afectează măsurarea rezistențelor foarte mici sau foarte mari.



Cazul impedanțelor foarte mici

- impedanțe parazite serie
- **Exemplu:**
 - măsurare R_x în c.c.
 - borne de conectare ale rezistorului la generator și la voltmetru → rezistențe de contact



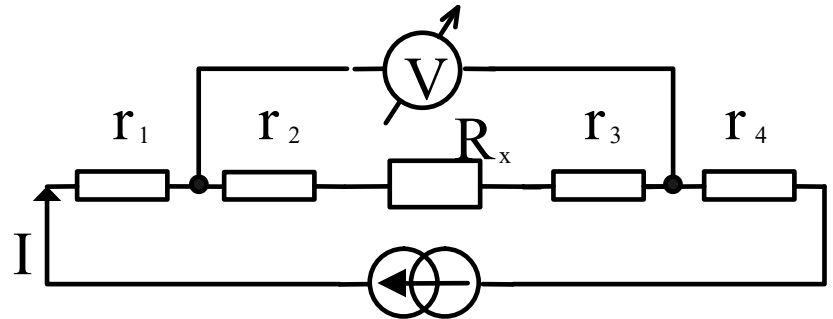


Cazul impedanțelor foarte mici

- r_i - de ordinul miliohmilor, practic necontrolabile și depind de modul de strângere a bornelor.
- dacă $R_V \rightarrow \infty$

$$R_m = \frac{U}{I} = R_x + r_2 + r_3$$

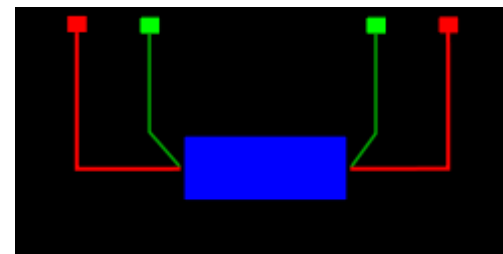
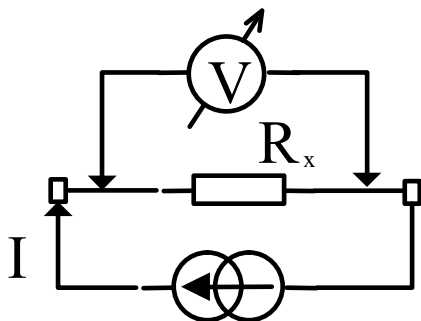
- Dacă R_x - mică, erorile mari deoarece r_2 și r_3 se află atât în circuitul de alimentare cât și în cel de măsură





Cazul impedanțelor foarte mici

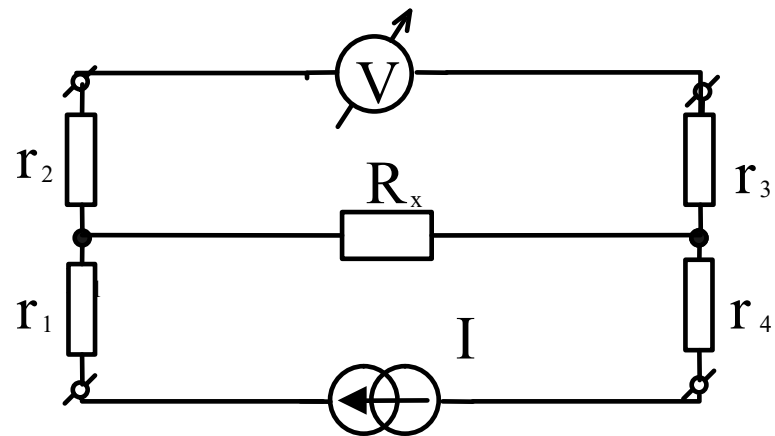
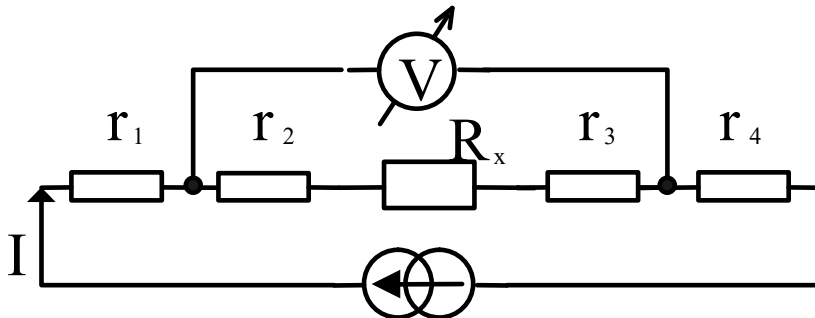
- Separarea funcției de *alimentare* de funcția *măsurare* disociind bornele respective
- două cuțite paralele (contacte Kelvin) care lasă în afară bornele de alimentare
- rezistența cu patru borne (cuadripol) –
- 2+2=4 fire separate către Rx





Cazul impedanțelor foarte mici

- I străbate bornele de curent
- I produce între bornele de măsurare strict căderea de tensiune de la bornele rezistenței R_x
- r_2 și r_3 apar în serie cu $R_V \rightarrow \infty$ și nu mai afectează măsurarea

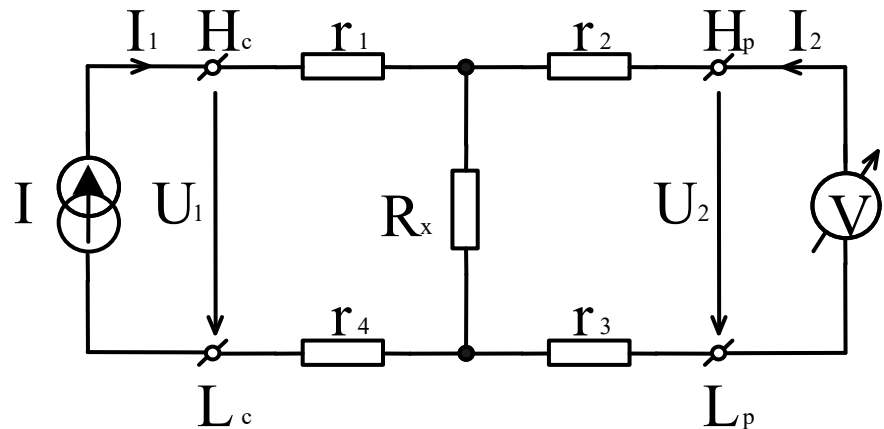




Cazul impedanțelor foarte mici

- Redesenând schema pentru punerea în evidență a cuadripolului

$$R_x = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = R_{21}$$

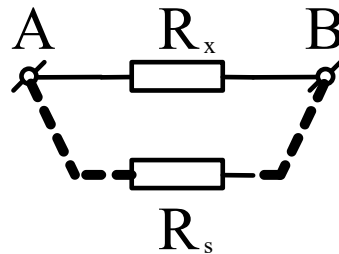


- R_x - impedanța de transfer a cuadripolului cu ieșirea în gol
- R_x independentă de rezistențele parazite $r_1 \div r_4$ care pot include și rezistența firelor de legătură.



Cazul impedanțelor foarte mari

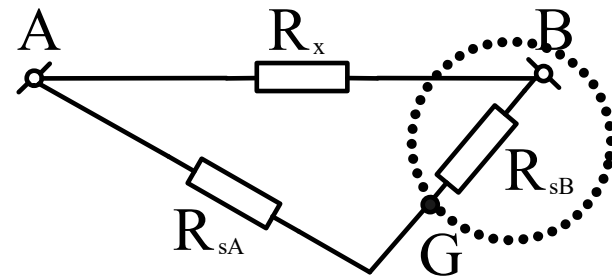
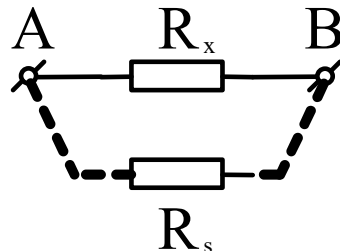
- impedanțe parazite paralele
- *Exemplu*
 - la măsurarea în c.c a R_x foarte mare,
 - rezistența de scăpări R_s





Cazul impedanțelor foarte mari

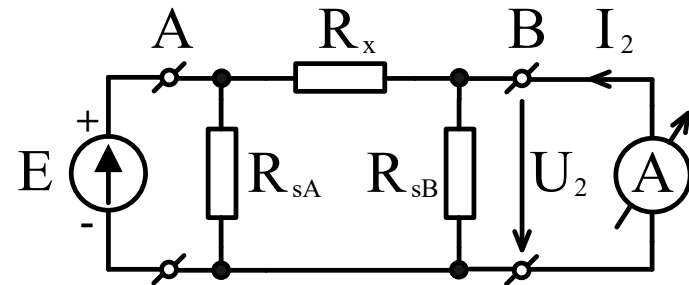
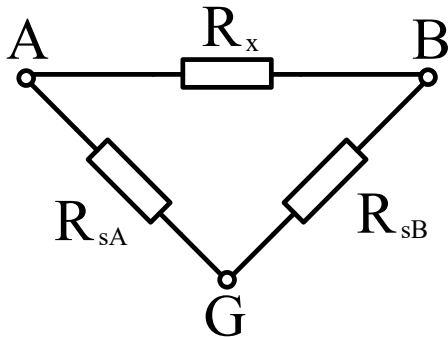
- R_s foarte mare ($G\Omega$),
 - efect neglijabil în cazul R de valori medii
 - poate conta în cazul R de valori foarte mari (zeci, sute $M\Omega$)
- *tehnica gardării*, adică se dispune în jurul uneia dintre borne un inel G metalic, numit *gardă*.





Cazul impedanțelor foarte mari

- R_s se împarte în două, R_{sA} și R_{sB}
→ tripol
- Dacă R_{sA} și R_{sB} de valori mari în paralel cu R mici, efectul lor devine neglijabil.



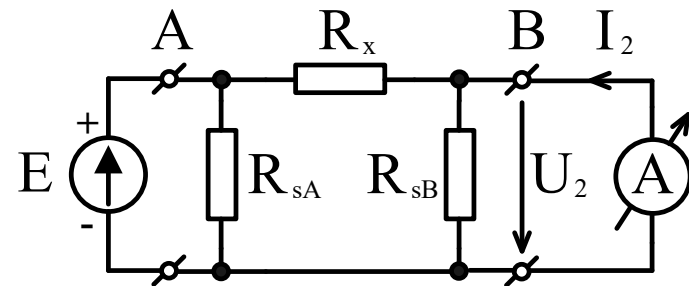
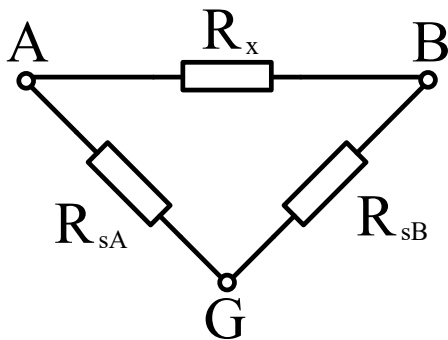


Cazul impedanțelor foarte mari

- La măsurarea rezistenței R_x rezultă

$$\frac{1}{R_x} = -\frac{I_2}{U_1} \Big|_{U_2=0} = G_{21}$$

- conductanța de transfer a diportului cu ieșirea în scurtcircuit





4. Măsurarea impedanțelor

4.2. Măsurarea rezistențelor în curent continuu



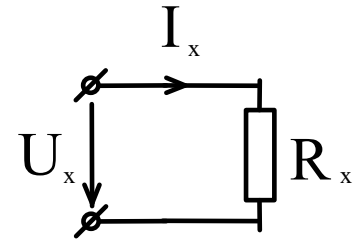
Metoda ampermetrului și voltmetrului

- Această metodă:
 - se utilizează pentru rezistențe de valori

$$R \in 10 \text{ m}\Omega \div 100 \text{ k}\Omega$$

- se bazează pe legea lui Ohm

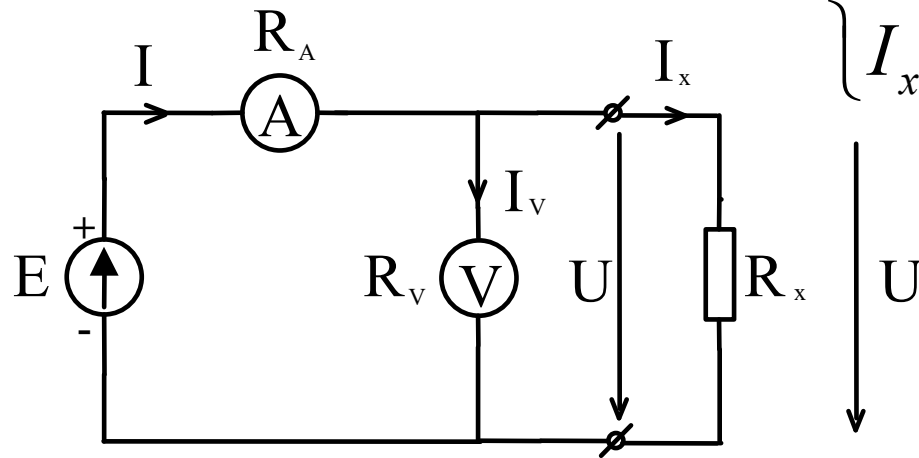
$$R_x = \frac{U_x}{I_x}$$





Metoda ampermetrului și voltmetrului

■ *Montajul aval*



$$\begin{cases} U_x = U \\ I_x = I - I_V \end{cases} \quad \begin{cases} U_x = U \\ I_x \neq I \end{cases}$$

$$R_m \triangleq \frac{U}{I} \neq R_x = \frac{U_x}{I_x}$$

■ R_x se determină scriind

$$\frac{1}{R_x} = \frac{I_x}{U_x} = \frac{I - I_V}{U} = \frac{1}{R_m} - \frac{1}{R_V}$$

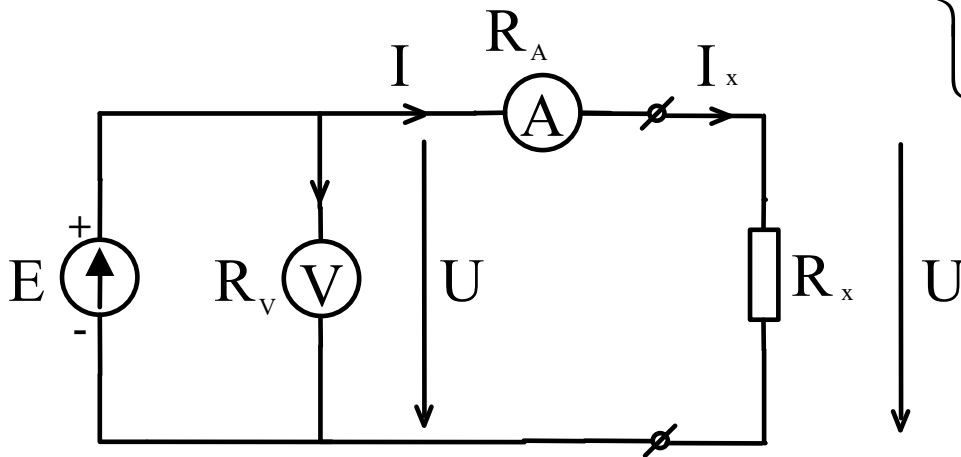
\Rightarrow

$$R_x = \frac{R_V R_m}{R_V - R_m}$$



Metoda ampermetrului și voltmetrului

■ *Montajul amonte*



$$\begin{cases} U_x = U - R_A I \\ I_x = I \end{cases} \quad \begin{cases} U_x \neq U \\ I_x = I \end{cases}$$

$$R_m \triangleq \frac{U}{I} \neq R_x = \frac{U_x}{I_x}$$

■ R_x se determină scriind

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U - R_A I}{I} = (R_m - R_A) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_x = R_m - R_A}$$



Metoda ampermetrului și voltmetrului

- Eroarea sistematică făcută dacă se ia valoarea R_m în loc de valoarea R_x :
- *la montajul aval*

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{\frac{R_x R_V}{R_x + R_V} - R_x}{R_x} = -\frac{R_x}{R_x + R_V} < 0$$

- și această eroare este cu atât mai mică cu cât
$$R_V \gg R_x$$
- măsurarea rezistențelor mici



Metoda ampermetrului și voltmetrului

- *la montajul amonte*

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x} > 0$$

- această eroare este cu atât mai mică cu cât

$$R_A \ll R_x$$

- măsurarea rezistențelor mari.
- se adaugă și **erorile instrumentale**, adică *imprecizia de măsurare* a ampermetrului și voltmetrului