

## 3 Măsurarea tensiunilor și a curenților electrici

### 3.1 Aspecte generale

#### 3.1.1 Procesul de măsurare

A măsura înseamnă a compara o mărime necunoscută,  $X$ , cu o alta, de aceeași natură,  $X_u$ , luată drept unitate, după relația

$$X = m \cdot X_u \quad (3.1)$$

unde  $m$  reprezintă valoarea mărimii necunoscute  $X$  exprimată în unități de măsură  $X_u$ .

Mărimea de măsurat se mai numește măsurand.

Indicația aparatului de măsură (valoarea  $m$ ) este percepută de un operator uman sau automat, urmând ca acest rezultat să fie utilizat de acesta fie în cadrul unui sistem de măsurare automat, fie pentru realizarea unui scop practic anume.

Din cauza imperfecțiunii aparatului de măsură, a operatorului sau a prezenței unor factori perturbatori, rezultatul măsurătorii este întotdeauna afectat de o eroare, iar nivelul acesteia definește precizia cu care se realizează acea măsurătoare. Rezultatul unei măsurători nu prezintă nici un fel de importanță practică dacă nu se cunoaște și precizia acestuia.

#### 3.1.2 Unitatea de măsură

Unitatea de măsură este definită nu numai ca natură a mărimii (aceeași cu cea a măsurandului), ci și cantitativ. Datorită diversității mărimilor fizice ce se pot măsura și a interdependenței dintre acestea, unitățile de măsură sunt grupate într-un sistem de unități, care cuprinde un set de unități de măsură pentru mărimile fundamentale (primare) și unitățile de măsură pentru mărimile derivate (definite pe baza legilor fizicii pornind de la cele fundamentale).

În prezent tinde să se generalizeze în toată lumea sistemul internațional (SI) de unități, având 7 unități fundamentale (metrul –  $m$  pentru distanță, kilogramul –  $kg$  pentru masă, secunda –  $s$  pentru timp, amperul –  $A$  pentru curentul electric, gradul Kelvin –  $K$  pentru temperatură, candela –  $cd$  pentru intensitatea luminoasă și molul –  $mol$  pentru cantitatea de substanță) și

unitățile derivate conform legilor fizicii. Acesta a fost adoptat în plan internațional în 1954 și legiferat în România în anul 1961.

Ansamblul mărimilor de natură electrică și a unităților de măsură corespunzătoare au la bază curentul electric ca mărime fundamentală și Amperul ca unitate fundamentală corespunzătoare. Celelalte mărimi electrice și unități sunt derivate din acesta și una sau mai multe alte mărimi fundamentale, respectiv din Amper și unitățile fundamentale corespunzătoare.

Amperul (A) se definește ca intensitatea unui curent electric constant care, menținut în două conductoare paralele, rectilinii, cu lungime infinită, așezate în vid la o distanță de 1 m unul de altul, ar produce între aceste conductoare o forță de  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m.

Voltul (V), ca unitate de măsură derivată pentru tensiune, se definește ca diferența de potențial ce se stabilește între două puncte ale unui fir conductor parcurs de un curent electric constant de 1 A, când puterea disipată între aceste două puncte este egală cu 1 W.

Datorită domeniului foarte mare de valori pentru mărimile de măsurat întâlnite în practică, în particular pentru tensiunile și curenții electrice, în afara unităților de măsură menționate se utilizează curent multiplii și submultiplii acestora.

### 3.1.3 Unități de măsură logaritmice pentru nivel

O particularitate o prezintă situațiile în care anumite măsurători presupun furnizarea rezultatului unei măsurători prin comparație cu o valoare de referință a mărimii respective. Altfel spus, se măsoară nivelul mărimii respective nu la modul absolut, ci prin raportare la un nivel de referință ales conform unui set de criterii specific. Într-o astfel de situație valoarea mărimii respective este complet determinată dacă se furnizează valoarea raportului și valoarea referinței.

De multe ori această raportare nu este percepută de operator în mod proporțional, liniar, ci conform unei legi neliniare.

Un exemplu tipic pentru această situație este nivelul sonor. Datorită faptului că urechea umană are o caracteristică neliniară (logaritmică, conform legii Weber-Fechner), percepția intensității sonore variază logaritmice în funcție de variația intensității sonore respective. De aceea nivelul sonor se definește prin relația

$$q_s = 10 \log_{10} \frac{Y}{Y_0} \quad (3.2)$$

unde  $Y$  este intensitatea sonoră, iar  $Y_0$  este intensitatea sonoră de referință ( $Y_0 = 10^{-16}$  W/cm<sup>2</sup>) și corespunde pragului de audibilitate a urechii umane medii în banda de sensibilitate maximă a acesteia (1,5 – 2,5 kHz).

Prin generalizare, nivelul

$$n = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{ref}} \quad (3.3)$$

definit pornind de la raportul unei puteri necunoscute (sau o mărime direct proporțională cu puterea – de exemplu intensitatea sonoră care este o putere ce trece printr-o suprafață) raportate la o putere de referință de aceeași natură (sau o mărime de referință omoloagă celei necunoscute) exprimă această dependență de natură logaritmică și se exprimă în *decibeli* (dB). Denumirea a fost dată în onoarea lui Graham Bell, inventatorul telefonului și relevă originea legată de puterea sunetului și caracteristica urechii a acestei unități de măsură. Datorită faptului că urechea umană medie nu discerne intensități sonore foarte apropiate, cu valori sub un prag apropiat de valoare de 1 dB, s-a preferat această unitate în dauna belului (1B=10 dB), de unde și factorul 10 din relația (3.3).

Decibelul definit în relația (3.2) prin raportare la intensitatea sonoră de referință ( $Y_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2$ ) se numește phon.

Prin generalizare, ori de câte ori este utilă compararea unor puteri, tensiuni sau curenți conform unei scări logaritmice, se preferă evaluarea sau măsurarea acestora în raport cu o mărime de referință de aceeași natură și prezentarea acelor valori în dB. Dacă acest lucru este valabil în orice situație în cazul puterilor, atunci când se măsoară o cădere de tensiune pe o impedanță sau un curent care trece printr-o impedanță, atunci trebuie luată precauția ca și mărimea de referință să fie măsurată riguros folosind aceeași impedanță.

De exemplu, în cazul evaluării puterii  $P$  disipate pe rezistorul  $R$  (fig. 3.1) și compararea ei cu o putere de referință  $P_{ref}$ , se obține nivelul

$$n = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{ref}} \quad [dB] \quad (3.4)$$

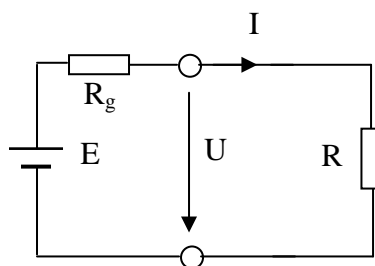


Figura 3.1. Evaluarea puterii disipate pe un rezistor

De multe ori măsurarea căderii de tensiune la bornele rezistorului sau a curentului ce trece prin acel rezistor este mai ușor de realizat, prin urmare se preferă evaluarea puterii prin intermediul tensiunii sau a curentului. Știind că

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}; \quad P_{ref} = R \cdot I_{ref}^2 = \frac{U_{ref}^2}{R} \quad (3.5)$$

în cazul unui curent continuu ce trece prin rezistența R, respectiv că

$$P = \frac{R \cdot I^2}{2} = \frac{U^2}{2R}; \quad P_{ref} = \frac{R \cdot I_{ref}^2}{2} = \frac{U_{ref}^2}{2R} \quad (3.6)$$

unde I și U sunt amplitudinile curentului, respectiv tensiunii alternative aplicate rezistorului, iar  $I_{ref}$  și  $U_{ref}$  amplitudinile de referință corespunzătoare, rezultă că

$$n = 20 \log_{10} \frac{U}{U_{ref}} = 20 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}} \quad [dB] \quad (3.7)$$

În cazul în care mărimea de referință se evaluează pe o alta rezistență (notată  $R_{ref}$ ), atunci relația de mai sus nu mai este valabilă

$$n = 20 \log_{10} \frac{U}{U_{ref}} - 10 \log_{10} \frac{R}{R_{ref}} = 20 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}} + 10 \log_{10} \frac{R}{R_{ref}} \quad [dB] \quad (3.8)$$

Este de remarcat că în măsurătorile de nivel este esențial ca mărimea măsurată să fie comparată cu o mărime similară de referință, în condiții similare de măsură, caz în care relația (3.7) este valabilă atât în curent continuu, cât și în curent alternativ.

În comunicații, atât în domeniul telefonic, cât mai ales în radiocomunicații, s-a generalizat referirea la puterea de referință  $P_{ref} = 1mW$ , iar unitatea de măsură pentru nivelul puterii care se raportează la această putere de referință se notează cu dBm (și se citește „decibel raportat la 1 mW”). Se spune, de exemplu, că o stație radio are nivel al puterii de emisie de 40 dBm dacă aceasta este

$$n = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{ref}} = 40 \text{ dBm} \Rightarrow P = P_{ref} \cdot 10^{\frac{40}{10}} = 10000mW = 10W \quad (3.9)$$

Mai rar se utilizează și puterea de referință  $P_{ref} = 1W$ , caz în care nivelul puterii se măsoară în dBW, adică „decibel raportat la 1 W”.

În telefonie s-a încetățenit utilizarea unei rezistențe de referință de  $600\Omega$ . La o putere de referință  $P_{ref} = 1 \text{ mW}$  rezultă tensiunea efectivă de referință

$$U_{ref} = \sqrt{R_{ref} \cdot P_{ref}} = 0,775V \quad (3.10)$$

tensiune care s-a generalizat ca valoare de referință (împreună cu  $R_{ref} = 600\Omega$ ) în măsurătorile efectuate în domeniul AF (audiofrecvență) al frecvențelor de lucru.

Deoarece în radiocomunicații se preferă  $R_{ref} = 50\Omega$ , rezultă la o putere de referință  $P_{ref} = 1 \text{ mW}$  rezultă tensiunea efectivă de referință

$$U_{ref} = \sqrt{R_{ref} \cdot P_{ref}} = 0,224V \quad (3.11)$$

care s-a generalizat ca valoare de referință (împreună cu  $R_{ref} = 50\Omega$ ) în măsurătorile efectuate în domeniul RF (radiofrecvență) al frecvențelor de lucru.

De altfel aceste valori ale rezistenței și tensiunii de referință sunt utilizate de foarte multe aparate de măsură ca impedanță standard de intrare, respectiv ca valoare de tensiune marcată în mod particular pe scara gradată a unor voltmetre

O altă unitate de măsură de nivel utilizată deseori este neperul (Np), de la numele lui John Naper, inventatorul logaritmului natural. Ea se definește similar, utilizând logaritmul natural:

$$n = \frac{1}{2} \ln \frac{P}{P_{ref}} \quad [Np] \quad (3.12)$$

În cazul măsurării căderii de tensiune sau a curentului printr-o rezistență R, în condițiile date în (3.5), rezultă

$$n = \ln \frac{U}{U_{ref}} = \ln \frac{I}{I_{ref}} \quad [Np] \quad (3.13)$$

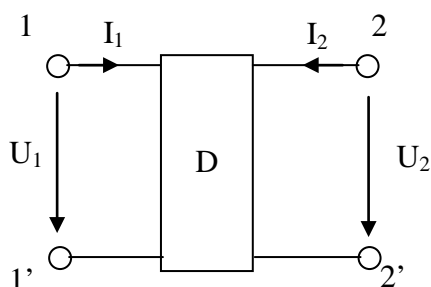
Un simplu calcul arată că între dB și Np există relația  $1 \text{ Np} = 8,686 \text{ dB}$ .

În electronică și telecomunicații unitățile de măsură de nivel (decibelul și unitățile derivate) se utilizează pentru exprimarea atenuării introduse de diferiți diporți, a nivelului puterii transmise, etc.

### 3.1.4 Diporți

#### 3.1.4.1 Mod de conectare. Amplificare. Atenuare

O gamă foarte largă de circuite (amplificatoare, atenuatoare, filtre) pot fi prezentate ca niște circuite având două porți; una din ele poate fi considerată drept poartă de intrare, iar cealaltă, de ieșire (fig. 3.2a). Vom numi, în mod firesc, un asemenea circuit „diport”. Fiecare din cele două porți poate fi caracterizată de un curent și o tensiune. Deci putem vorbi de un curent de intrare  $I_1$  și o tensiune de intrare  $U_1$ , respectiv de un curent de ieșire  $I_2$  și o tensiune de ieșire  $U_2$ . Aceste mărimi au avantajul că sunt accesibile la bornele diportului, deci pot fi măsurate chiar dacă nu se cunoaște structura de circuit a diportului. Circuitul din figura 3.2a mai este numit și „cuadripol”, având în vedere că are 4 borne de acces.



În cazul în care diportul  $D$  este alimentat în curent alternativ la o frecvență dată, vom considera fazorii tensiunilor și curenților la poarta de intrare, respectiv de ieșire (fig. 3.2b). Pentru plusul de generalitate, vom considera în cele ce urmează acest al doilea caz și notațiile aferente.

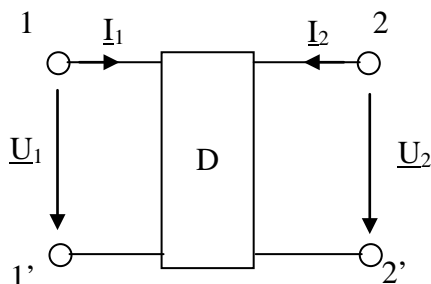


Figura 3.2b. Configurația generală a unui diport în curent alternativ

În cazul unei aplicații curente sau a utilizării unui diport pentru transferul sau prelucrarea unui semnal, intrarea acestuia se conectează la o sursă (un generator) de semnal (de exemplu un semnal în tensiune  $\underline{E}_g$ , generatorul având impedanța internă  $\underline{Z}_g$ ), iar ieșirea se poate conecta la o impedanță de sarcină  $\underline{Z}_s$  (fig. 3.3), care poate fi și impedanța de intrare într-un alt etaj (alt diport).

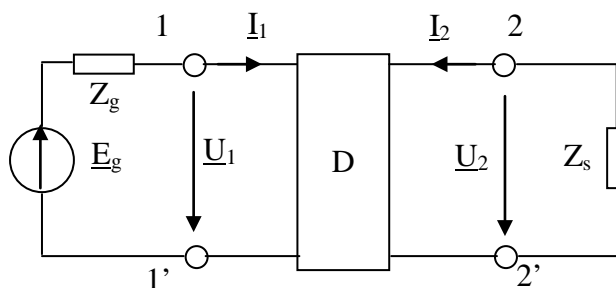


Figura 3.3. Conectarea unui diport

Din acest mod de conectare, rezultă că între cele două mărimi de intrare, respectiv cele de ieșire, există relațiile:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{E}_g - \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_g \\ \underline{U}_2 &= \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_s\end{aligned}\quad (3.14)$$

Este important să putem caracteriza un diport printr-o serie de mărimi ce pot fi determinate experimental, prin măsurători, fără a cunoaște structura internă a diportului. Pentru aceasta, se aplică diportului la una din porți un generator (mărimea „cauză”) și se măsoară o altă mărime („mărimea efect”) la aceeași poartă, sau la cealaltă. Putem astfel defini:

- impedanța de intrare

$$\underline{Z}_{in} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\quad (3.15)$$

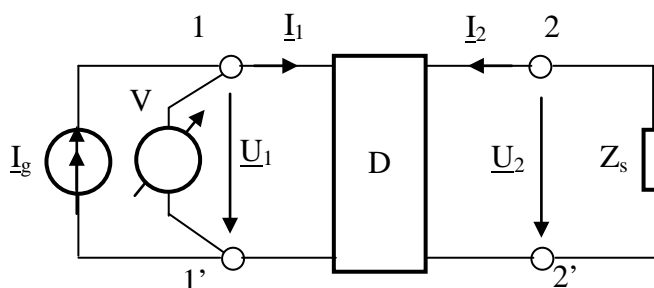


Fig. 3.4

Schema de măsură este dată în figura 3.4. Circuitul este alimentat la poarta 1 cu generatorul ideal de curent  $\underline{I}_g = \underline{I}_1$  și se măsoară cu voltmetrul V tensiunea  $\underline{U}_1$ . Evident, această mărime depinde în general de sarcina  $\underline{Z}_s$ . În particular, se poate determina cu ieșirea în gol ( $\underline{Z}_s = \infty$ ) sau în scurtcircuit ( $\underline{Z}_s = 0$ ). Dacă nu dispunem de un generator ideal de curent, sau curentul dat de generator nu este cunoscut cu suficientă precizie, va fi necesar și un ampermetru pentru măsurarea curentului de intrare.

- impedanța de ieșire

$$\underline{Z}_o = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\quad (3.16)$$

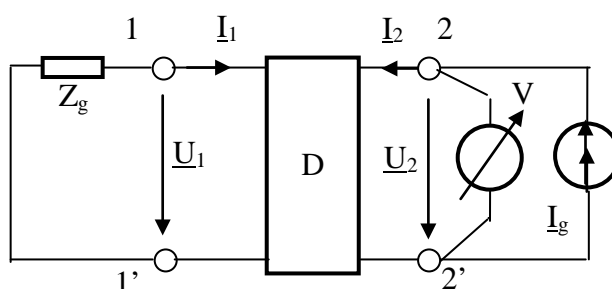


Fig. 3.5

Se aplică între bornele de ieșire generatorul ideal de curent,  $I_g = I_2$  și volmetrul V pentru măsurarea tensiunii  $U_2$ . Totodată, generatorul de la intrare se pasivizează (se înlocuiește cu impedanța sa internă,  $Z_g$ ).

- raportul de transfer în tensiune (definit ca transfer de la intrare la ieșire), sau câștigul în tensiune:

$$T_U = \frac{U_2}{U_1} \quad (3.17)$$

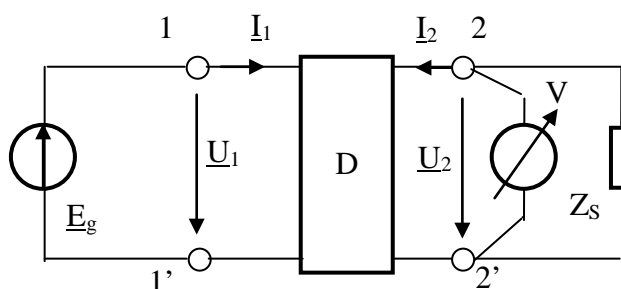


Fig.3.6

La intrare se aplică un generator ideal de tensiune (cu impedanță internă nulă),  $E_g = U_1$ , iar la ieșire se aplică un voltmtru, care măsoară  $U_2$ . Dacă nu dispunem de un generator ideal de tensiune, sau tensiunea nu este suficient de precis cunoscută, va fi necesar un al doilea voltmtru, care să măsoare  $U_1$ .

- raportul de transfer în curent

$$T_I = \frac{I_2}{I_1} \quad (3.18)$$

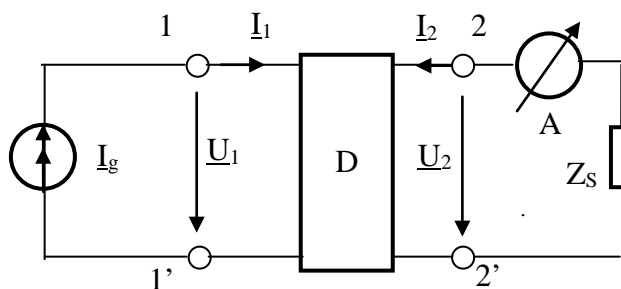


Fig. 3.7

Schema de măsură este dată în figura 3.7. La intrare este aplicat un generator ideal de curent  $I_g = I_1$ , iar curentul de ieșire se măsoară cu un ampermetru, A. Altfel, se poate măsura tensiunea de ieșire cu un voltmtru, curentul rezultând dacă se cunoaște impedanța de sarcină.

*Observații.*



- Dacă evaluarea se face aplicând un semnal sinusoidal, lucrând în complex, mărimile definite mai sus vor fi funcții complexe de frecvență.
- În cazul mărimilor de tip impedanță, semnificația acestui fapt este că impedanțele respective au o componentă rezistivă și una reactivă.
- În cazul unui raport de transfer în tensiune, pentru care  $T_U = T_U(\omega) = |T_U(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$ , funcția de frecvență respectivă este curent numită *funcție de transfer în tensiune*. Rezultă

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 T_U(\omega) = U_1 |T_U(\omega)| e^{j(\varphi_1 + \varphi(\omega))}$$

sau în timp, dacă  $u_1(t) = U_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ , la ieșire rezultă  $u_2(t) = U_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ , unde  $U_2 = U_1 |T_U(\omega)|$  și  $\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi(\omega)$ . Constatăm deci că *modulul raportului de transfer ne arată cum se modifică amplitudinea semnalului ca urmare a trecerii semnalului prin circuit*. El este funcție de frecvență, ceea ce înseamnă că dipotul va avea o amplificare mai mare în unele domenii de frecvență și mai mică în altele. Din acest motiv,  $|T_U(\omega)|$  poartă numele de *caracteristică amplitudine-frecvență* a circuitului. Argumentul funcției de transfer,  $\varphi(\omega)$ , ne indică defezajul introdus de circuit, motiv pentru care îl numim *caracteristică fază-frecvență*.

- În spiritul afirmațiilor precedente, dacă  $|T_U| > 1$ , dipotul *amplifică* în tensiune, în timp ce dacă  $|T_U| < 1$ , el *atenuează*. În prima situație  $|T_U|$  reprezintă efectiv *amplificarea în tensiune*, în timp ce în al doilea caz se obișnuiește a se caracteriza *atenuearea* dipotului prin  $|T_U|^{-1}$ .

Rapoartele de transfer pot fi exprimate și în formă logaritmică, în decibeli. De exemplu, se pot defini *amplificarea în tensiune* ca fiind

$$g_U = 20 \log_{10} \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = 20 \log_{10} |T_U| \quad [dB] \quad (3.19)$$

respectiv *amplificarea în curent*

$$g_I = 20 \log_{10} \left| \frac{I_2}{I_1} \right| = 20 \log_{10} |T_I| \quad [dB] \quad (3.20)$$

precum și *atenuearea în tensiune*

$$a_U = -20 \log_{10} \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = -20 \log_{10} |T_U| \quad [dB] \quad (3.21)$$

respectiv *atenuearea în curent*

$$a_I = -20 \log_{10} \left| \frac{I_2}{I_1} \right| = -20 \log_{10} |T_I| \quad [dB] \quad (3.22)$$

### 3.1.4.2 Exemplul 1: circuitul de integrare

Circuitul are schema din figura 3.8. Vom face analiza în regim permanent sinusoidal, lucrând în complex. Tensiunea de intrare este deci

$$u_{in}(t) = U_{in} \cos(\omega t + \varphi); \quad \underline{U}_{in} = U_{in} e^{j\varphi}$$

Pentru calculul tensiunii de ieșire, diportul poate fi considerat ca un divizor de impedanțe, scrise sub formă complexă

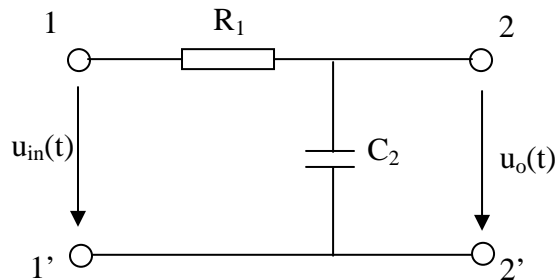


Figura 3.8. Circuitul RC de integrare

$$\underline{U}_o = \underline{U}_{in} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = U_{in} \cdot e^{j\varphi} \cdot \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \underline{U}_{in} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (3.23)$$

unde  $\tau = C_2 R_1$  se numește constanta de timp a circuitului.

Să dăm o justificare a denumirii de circuit de integrare. În cazul  $\omega\tau \gg 1$ , rămâne

$$\underline{U}_o \cong \underline{U}_{in} \cdot \frac{1}{j\omega\tau}$$

Este însă cunoscut că împărțirea cu  $j\omega$  este echivalentul în complex al operației de integrare, așa încât relația de mai sus devine

$$u_o(t) \cong \int u_{in}(t) dt$$

*Caracteristici de frecvență.*

Deoarece

$$\underline{U}_o = U_{in} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_2 R_1)^2}} \cdot e^{j(\varphi - \arctg(\omega C_2 R_1))} \quad (3.24)$$

se constată că amplitudinea și faza tensiunii de ieșire variază cu frecvența unghiulară  $\omega$

$$U_o = U_{in} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (3.25)$$

$$\varphi_o = \varphi - \arctg(\omega\tau)$$

Funcția de transfer în tensiune (3.22) devine

$$H(\omega) = T_U = \frac{U_o}{U_{in}} = \frac{U_o}{U_{in}} \cdot e^{j(\varphi_o - \varphi)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_2 R_1)^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctg(\omega C_2 R_1)} \quad (3.26)$$

având modulul și argumentul

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (3.27)$$

$$\arg\{H(\omega)\} = -\arctg(\omega\tau)$$

În figurile 3.9 și 3.10 sunt reprezentate caracteristica de amplitudine și caracteristica de fază, ambele în funcție de frecvența unghiulară multiplicată cu constanta de timp a circuitului  $\tau = C_2 R_1$ , produsul  $\omega\tau$  fiind reprezentat pe o scară liniară. Se constată că reprezentările nu sunt foarte adecvate: graficele variază foarte rapid la valori reduse ale frecvenței și apoi se concentrează la valori mici. O reprezentare mai adecvată a acestorași caracteristici o regăsim în figurile 3.11 și 3.12. Această reprezentare a presupus utilizarea unei scări logaritmice pentru frecvență, iar caracteristica de amplitudine a fost reprezentată în dB, adică în unități de nivel.

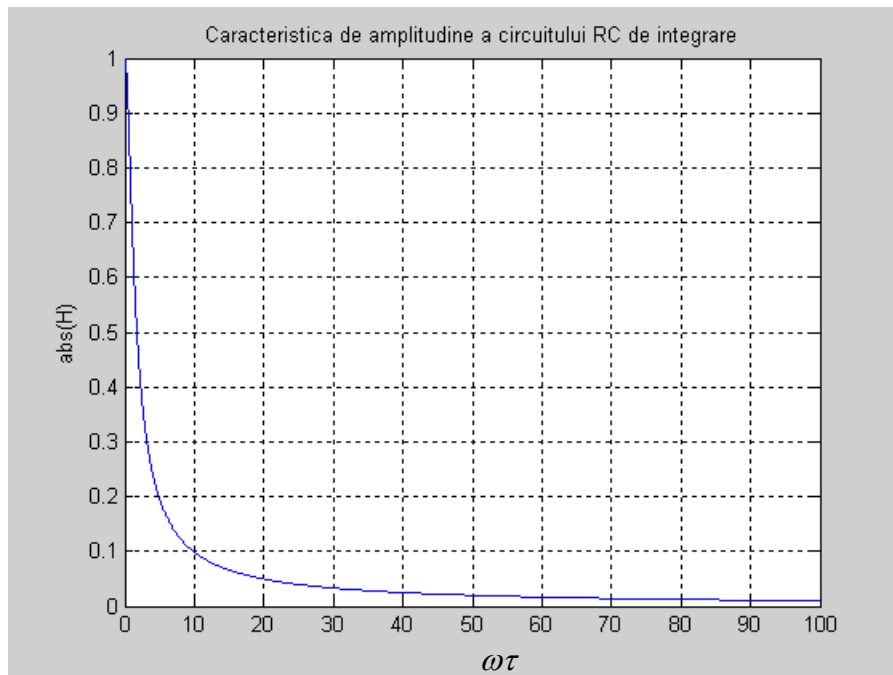


Figura 3.9. Caracteristica de amplitudine (în valori de raport) funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară liniară

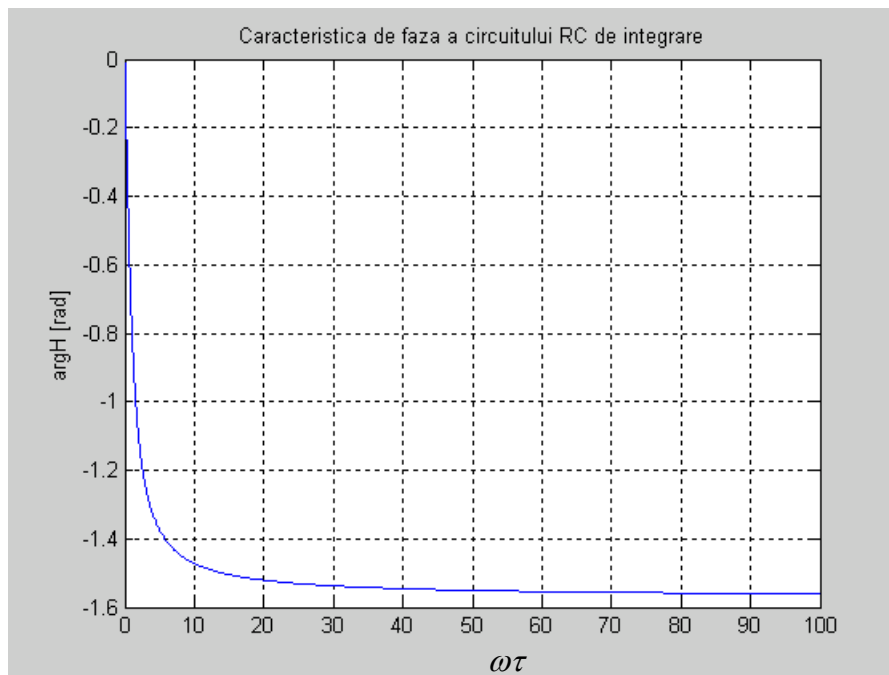


Figura 3.10. Caracteristica de fază funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară liniară

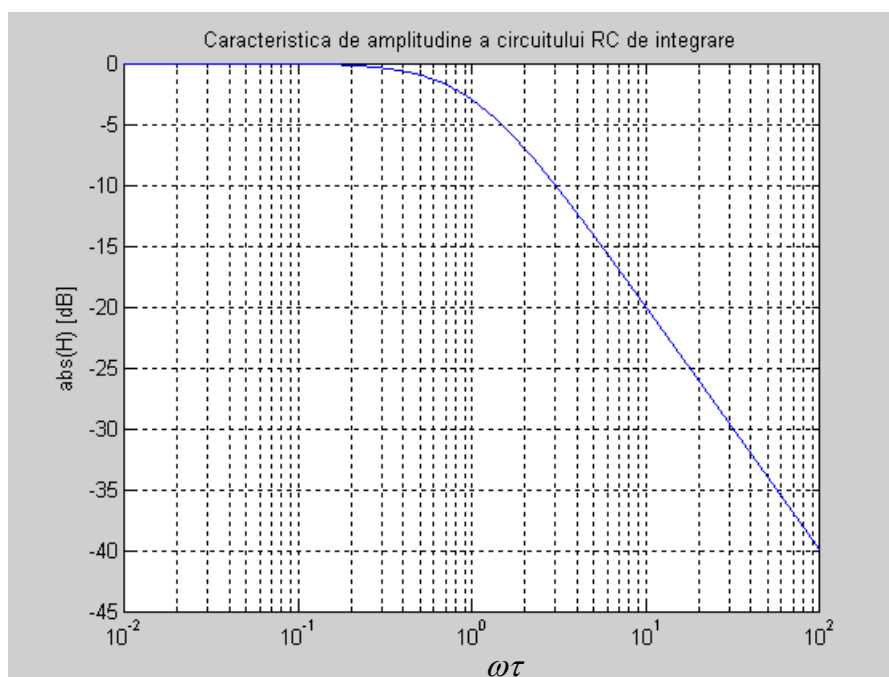


Figura 3.11. Caracteristica de amplitudine (în dB) funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară logaritmică

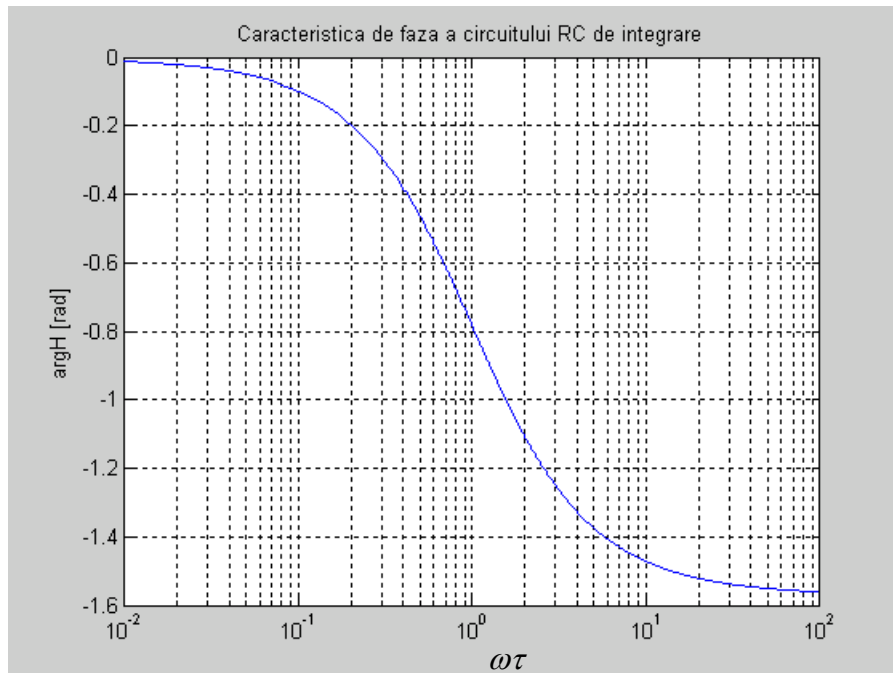


Figura 3.12. Caracteristica de fază funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară logaritmică

*Caracteristica asimptotică.* Vom prezenta o modalitate de trasare rapidă a caracteristicii amplitudine frecvență exprimată în decibeli, cu scară logaritmică de frecvențe. Vom împărți domeniul de frecvențe în două.

Să analizăm pentru început cazul frecvențelor mici, adică  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ .

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} = -10 \log_{10} (1 + (\omega\tau)^2) \cong 0 \text{ dB}$$

Rezultă o funcție constantă și nulă, deci axa absiselor.

În cazul frecvențelor mari,  $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ ,

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} = -10 \log_{10} (1 + (\omega\tau)^2) \cong -20 \log_{10} (\omega\tau)$$

Reprezentată într-o scară logaritmică, în care punem în axa absiselor  $\log_{10}(\omega\tau)$ , curba va fi o dreaptă, care taie această axă pentru  $\omega\tau = 1$ . Pentru a evalua panta acestei drepte, să presupunem că frecvența unghiulară crește de la  $\omega$  la  $10\omega$  (interval numit *decadă*).

$$|H(10\omega)|_{dB} = -20 \log_{10} (10\omega\tau) = -20 \text{ dB} - 20 \log_{10} (\omega\tau) = |H(\omega)|_{dB} - 20 \text{ dB}$$

Vom spune deci că această caracteristică scade cu 20 dB pe decadă. Altfel, scăderea se poate evalua într-o *octavă* (intervalul de la o pulsație  $\omega$  la dublul ei,  $2\omega$ ). Procedând asemănător ca mai înainte, găsim

$$|H(2\omega)|_{dB} = -20 \log_{10} (2\omega\tau) = |H(\omega)|_{dB} - 6 \text{ dB}$$

așa încât se poate afirma, de asemenea că panta de scădere este de 6 dB pe octavă. Aceste două drepte, numite caracteristici asimptotice sunt reprezentate cu roșu în graficul din figura 3.13. Reprezentările de acest tip mai sunt numite *diagrame Bode*. Graficul real tinde asimptotic către aceste caracteristici la frecvențe foarte mici și la frecvențe foarte mari.

La o frecvență unghiulară egală cu inversul constantei de timp numită și *frecvență unghiulară de tăiere*  $\omega_t = 2\pi f_t = \frac{1}{\tau}$ , se constată o scădere a caracteristicii de amplitudine cu 3dB, iar caracteristica de fază are valoarea  $\frac{\pi}{4}$ :

$$\begin{aligned} |H(\omega_t)| &= \left| H\left(\frac{1}{\tau}\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 20\log_{10}(|H(\omega_t)|) = -3\text{dB} \\ \arg\{H(\omega_t)\} &= \arg\left\{ H\left(\frac{1}{\tau}\right) \right\} = -\frac{\pi}{4} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Rezumând, circuitul analizat permite trecerea frecvențelor joase, aproape fără modificări. Frecvențele înalte sunt însă atenuate, atenuarea crescând cu frecvența. În consecință, se poate spune că circuitul se comportă ca un *filtru trece-jos*, având o *frecvență de tăiere*  $f_t = \frac{1}{2\pi\tau}$ . Eroarea rezultată prin aproximarea caracteristicilor reale cu cele asimptotice nu depășește -3dB.

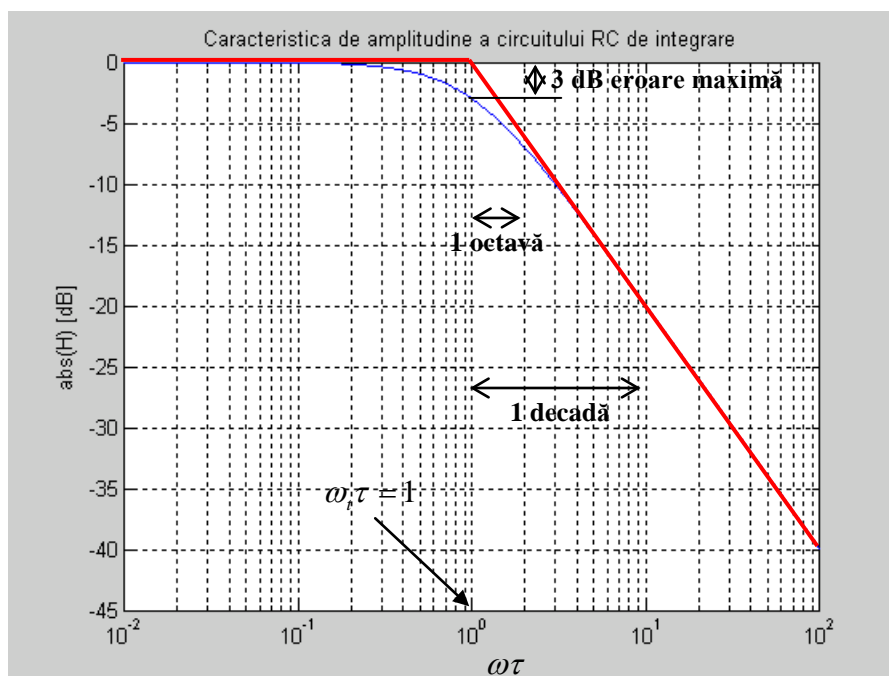


Figura 3.13. Caracteristica de amplitudine (în dB) funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară logaritmică și diagrama Bode corespunzătoare

### 3.1.4.3 Determinarea experimentală și trasarea caracteristicilor de amplitudine și de fază ale unui diport

Pentru ridicarea caracteristicii de amplitudine se utilizează configurația de măsură din figura 3.13. La intrarea diportului se aplică un semnal sinusoidal, având o frecvență reglabilă  $f$ . Amplitudinea semnalului de la generator se alege astfel încât la bornele de intrare să avem o amplitudine dată,  $U_{in}$ , care va fi menținută constantă. La ieșire se conectează un voltmetru capabil să măsoare amplitudinile tensiunilor alternative.

Variind frecvența generatorului, se măsoară tensiunea de ieșire,  $U_o$ . Aceasta se raportează la  $U_{in}$ , iar rezultatul se exprimă în dB,  $|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{U_o}{U_{in}}$ . Fiecare măsurătoare va conduce la un punct al caracteristicii de amplitudine-frecvență.

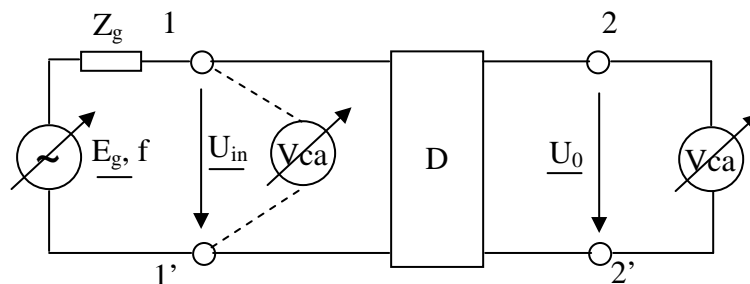


Figura 3.13. Configurația de măsură pentru ridicarea caracteristicii de amplitudine a diportului D

În vederea unei trasări cât mai corecte a caracteristicii, alegerea judicioasă a frecvențelor la care se fac măsurătorile este foarte importantă. În acest scop se determină mai întâi frecvența de tăiere (sau frecvențele de tăiere, dacă este cazul) ca fiind frecvența la care amplitudinea semnalului de ieșire scade cu 3 dB (se diminuează de  $\sqrt{2}$  ori) față de valoarea maximă. Pornind de la aceste frecvențe ca reper se aleg un număr suficient de frecvențe de valori atât mai mari, cât și mai mici decât această valoare.

Se recomandă ca frecvențele alese pentru măsurători să se găsească în rapoarte de 1; 2; 5; 10 în interiorul fiecărei decade, iar întregul domeniu să acopere un număr suficient de decade pentru a putea trasa corect caracteristica de amplitudine. Alegerea secvenței de rapoarte de mai sus se justifică prin trasarea caracteristicii într-o scară logaritmică a frecvenței. Corespondența dintre scara logaritmică și cea liniară este trasată în figura 3.14.



Figura 3.14. Corespondența dintre scările liniare și logaritmice

Se observă că alegerea rapoartelor 1; 2; 5; 10 conduce la o împărțire în aproximativ 3 părți egale unei decade (mai exact o decadă este împărțită în intervale de lungime egale cu 30%, 40% și din nou 30% din lungimea intervalului de o decadă). Prin urmare punctele alese sunt aproape echidistante pe axa logaritmică a frecvenței, ceea ce permite ridicarea caracteristicii cu o fidelitate suficient de bună printr-un număr destul de redus de determinări. Trasarea caracteristicii se realizează în acest caz cu ușurință chiar și manual, mai ales dacă se dispune de un suport cu rastru liniar (de exemplu o hârtie milimetrică). Alegerea a câte 3 unități echidistante pentru fiecare decadă și trasarea graficului „printre puncte” permite obținerea rapidă a graficului caracteristicii.

De exemplu, pentru trasarea caracteristicii de amplitudine din figura 3.8 o alegere optimă a frecvențelor ar fi următoarea

$$f \in \left\{ \frac{0,01}{2\pi\tau}; \frac{0,02}{2\pi\tau}; \frac{0,05}{2\pi\tau}; \frac{0,1}{2\pi\tau}; \frac{0,2}{2\pi\tau}; \frac{0,5}{2\pi\tau}; \frac{1}{2\pi\tau}; \frac{2}{2\pi\tau}; \frac{5}{2\pi\tau}; \frac{10}{2\pi\tau}; \frac{20}{2\pi\tau}; \frac{50}{2\pi\tau}; \frac{100}{2\pi\tau} \right\} \quad (3.29)$$

rezultatul fiind trasat în figura 3.15. Deoarece frecvențele fracționare se fixează cu dificultate de la un generator, se aleg valori apropiate de cele de mai sus, prima fiind o valoare „rotundă”. De exemplu, pentru  $\tau = 0,1$  ms, deci

$$f_i = \frac{1}{2\pi\tau} \cong 1600 \text{ Hz se va prefera secvența de frecvențe}$$

$$f \in \{0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100; 200\} \quad [\text{kHz}] \quad (3.30)$$



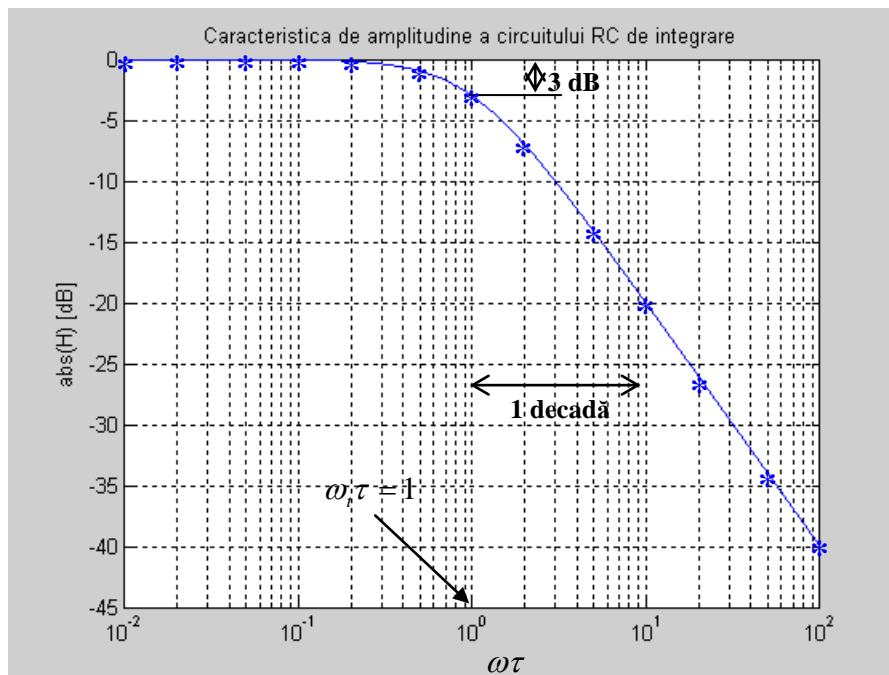


Figura 3.15. Caracteristica de amplitudine (în dB) funcție de frecvența unghiulară reprezentată în scară logaritmică și diagrama Bode corespunzătoare

Deoarece generatorul are o impedanță internă  $R_g$ , iar diportul poate avea o impedanță de intrare  $Z_{in}$  variabilă cu frecvența (de unde o divizare diferită a amplitudinii generatorului între impedanțele  $Z_g$  și  $Z_{in}$ ) poate fi necesară o corecție a amplitudinii generatorului de la o frecvență la alta. Este de dorit ca voltmetrul utilizat pentru măsurători să aibă o impedanță  $R_v$  cât mai mare pentru a influența cât mai puțin măsurătoarea când frecvența variază de la o valoare la alta.

Trasarea caracteristicii de fază se realizează similar, prin determinarea în urma măsurătorilor a unui număr suficient de puncte, la aceleași frecvențe ca în cazul caracteristicii de amplitudine. Măsurarea defazajului dintre semnalele sinusoidale de ieșire și de intrare se poate face cu ajutorul osciloscopului, prin intermediul figurilor Lissajoux.

#### 3.1.4.4 Exemplul 2: circuitul RC de derivare

Se consideră circuitul din figura 3.16, numit și circuit RC de derivare.

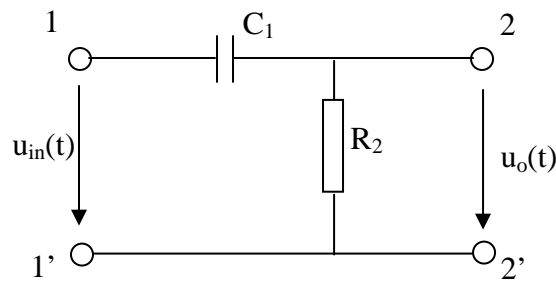


Figura 3.16. Circuitul RC de derivare

Presupunând, ca și în exemplul 1, circuitul alimentat cu semnal sinusoidal de pulsație  $\omega$  și lucrând în complex,

$$\underline{U}_o = \underline{U}_{in} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \underline{U}_{in} \cdot e^{j\varphi} \cdot \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \underline{U}_{in} \cdot e^{j\varphi} \cdot \frac{j\omega C_1 R_2}{1 + j\omega C_1 R_2} \quad (3.31)$$

respectiv

$$\underline{U}_o = \underline{U}_{in} \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} = \underline{U}_{in} \cdot \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \cdot e^{j\left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega\tau)\right)} \quad (3.32)$$

unde  $\tau = C_1 R_2$  este *constantă de timp* a circuitului. Să dăm o justificare a denumirii de circuit de integrare. În cazul  $\omega\tau \ll 1$ , rămâne

$$\underline{U}_o \cong \underline{U}_{in} \cdot j\omega\tau$$

Este însă cunoscut că înmulțirea cu  $j\omega$  este echivalentul în complex al operației de derivare, așa încât relația de mai sus devine

$$u_o(t) \cong \frac{du_{in}(t)}{dt}$$

Se constată că amplitudinea și faza tensiunii de ieșire variază cu frecvența unghiulară  $\omega$

$$U_o = U_{in} \cdot \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad (3.33)$$

$$\varphi_o = \varphi + \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega\tau)$$

Funcția de transfer în tensiune devine

$$H(\omega) = \underline{T}_U = \frac{\underline{U}_o}{\underline{U}_{in}} = \frac{U_o}{U_{in}} \cdot e^{j(\varphi_o - \varphi)} = \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{1 + (\omega C_1 R_2)^2}} \cdot e^{\frac{\pi}{2} - j \arctg(\omega C_1 R_2)} \quad (3.34)$$

având modulul și argumentul

$$|H(\omega)| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \quad (3.35)$$

$$\arg\{H(\omega)\} = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega\tau)$$

Caracteristicile de amplitudine și de fază corespunzătoare sunt reprezentate în figurile 3.17 și 3.18. Remarcăm caracterul de *filtru trece sus* al acestui diport, adică de circuit care favorizează trecerea frecvențelor înalte și atenuează frecvențele joase, spre deosebire de circuitul de integrare care avea un caracter trece jos. Se observă că la frecvențe mari amplificarea este aproximativ 1 (deci 0dB). Acest domeniu constituie *banda de trecere a filtrului*. Acceptând în banda de trecere o amplificare minimă de  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$  (-3dB), rezultă că frecvența limită inferioară a benzii de trecere

(sau frecvența de tăiere) este  $f_t = \frac{1}{2\pi\tau}$ .

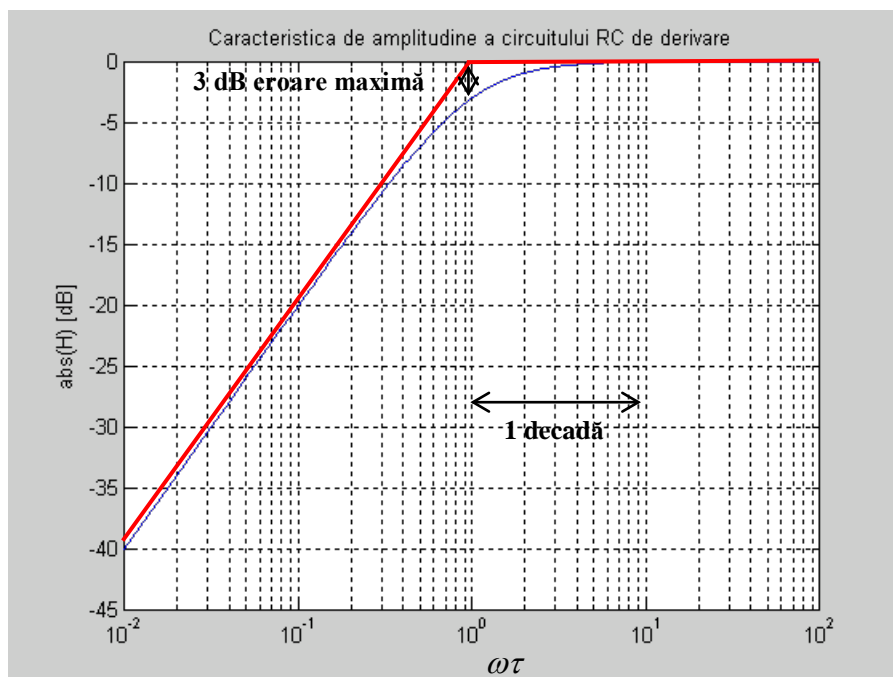


Figura 3.17. Caracteristica de amplitudine în funcție de frecvența unghiulară

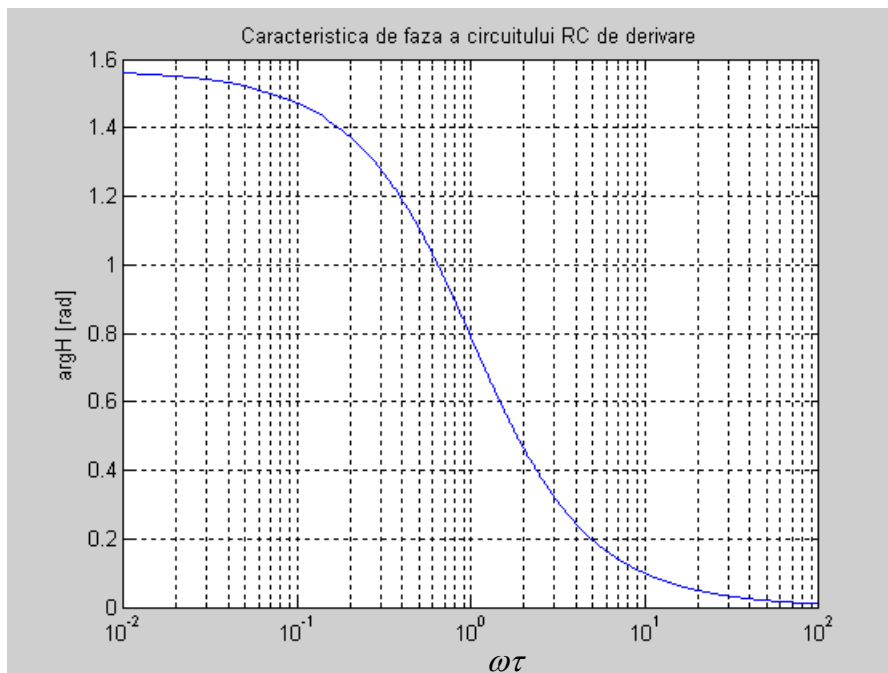


Figura 3.18. Caracteristica de fază în funcție de frecvența unghiulară

*Caracteristica asimptotică.* Și în acest caz există o modalitate rapidă de trasare a caracteristicii amplitudine frecvență exprimată în decibeli, cu scară logaritmică de frecvențe. Vom împărți domeniul de frecvențe în două.

Să analizăm pentru început cazul frecvențelor mari, adică  $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ .

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} = 20 \log_{10} \omega\tau - 10 \log_{10} (1+(\omega\tau)^2) \cong 0 \text{ dB}$$

Rezultă o funcție constantă și nulă, deci axa absiselor.

În cazul frecvențelor mici,  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ ,

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \cong 20 \log_{10} (\omega\tau)$$

Reprezentată într-o scară logaritmică, în care punem în axa absiselor  $\log_{10}(\omega\tau)$ , curba va fi o dreaptă, care taie această axă pentru  $\omega\tau = 1$ . Pentru a evalua panta acestei drepte, să presupunem că frecvența unghiulară crește de la  $\omega$  la  $10\omega$  (interval numit *decadă*).

$$|H(10\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} (10\omega\tau) = 20 \text{ dB} + 20 \log_{10} (\omega\tau) = |H(\omega)|_{dB} + 20 \text{ dB}$$

Vom spune deci că această caracteristică variază cu 20 dB pe decadă. Altfel, panta se poate evalua într-o *octavă* (intervalul de la o pulsație  $\omega$  la dublul ei,  $2\omega$ ). Procedând asemănător ca mai înainte, găsim

$$|H(2\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} (2\omega\tau) = |H(\omega)|_{dB} + 6 \text{ dB}$$

așa încât se poate afirma, de asemenea că panta este de 6 dB pe octavă. Aceste două drepte, numite caracteristici asimptotice sunt reprezentate cu roșu în graficul din figura 3.17. Graficul real tinde asimptotic către aceste caracteristici la frecvențe foarte mici și la frecvențe foarte mari.

Se poate arăta că dacă la intrarea circuitului RC de derivare se aplică o succesiune de impulsuri periodice dreptunghiulare de durată  $T_0$ , cu perioada de repetare  $T$  reprezentată în figura 3.11, la ieșire se obține semnalul de forma dată în figura ....

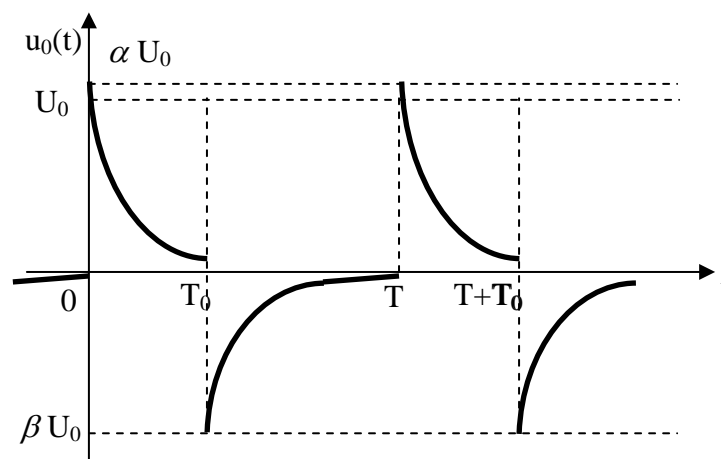


Figura 3.19. Răspunsul circuitului RC de integrare la o succesiune de impulsuri dreptunghiulare periodice

Graficul semnalului de ieșire se apropie pentru  $\tau \ll T_0$  de un semnal format din impulsuri ideale poziționate în momentele salturilor de nivel ale semnalului de intrare, ceea ce justifică denumirea de circuit de derivare.

### 3.1.5 Erori de măsură

#### 3.1.5.1 Clasificare

Operația de măsurare poate fi caracterizată prin patru concepte: metodă de măsură, aparat de măsură (aplică în practică metoda de măsură), valoare măsurată (rezultatul numeric al măsurătorii) și eroare de măsură. Putem măsura o mărime folosind două aparate identice din punct de vedere al metodei de măsură pe care o aplică, dar care să dea rezultate caracterizate de erori diferite. În consecință eroarea de măsură este o caracteristică importantă a procesului de măsurare.

Valoarea măsurată a unei mărimi, fiind obținută printr-o experiență fizică folosind mijloace de măsură neideale, diferă de valoarea adevărată a mărimii respective printr-o cantitate ce poartă numele de eroare de măsură.

#### 3.1.5.1.1 Clasificare în funcție de proveniență

- **Obiectul de măsură (O.M.)** – duce la apariția *erorilor de model*; măsurarea unui parametru al obiectului de măsură se face conform unui model care conține simplificări, neglijări sau aproximații. Ex: măsurarea unui condensator la o anumită frecvență fără să se țină cont de inductanțele și rezistențele parazite care apar.
- **Aparatul de măsură (A.M.)** – duce la apariția *erorilor instrumentale*; sunt determinate de limitările constructive ale aparatului, după efectuarea corectă a tuturor reglajelor.
- **Interacțiunea aparat de măsură - obiect de măsură** – duce la apariția *erorilor de interacțiune*, aparatul de măsură consumând o parte din energia existentă în obiectul de măsură. De exemplu, se măsoară cu un ampermetru curentul care trece printr-o rezistență  $R$  alimentată la o tensiune  $U$ . În urma introducerii ampermetrului în serie cu rezistența, curentul prin rezistență va scădea datorită rezistenței aparatului de măsură. Valoarea măsurată a curentului în prezența ampermetrului va fi diferită de valoarea curentului care trece prin rezistența  $R$  în absența aparatului de măsură.
- **Influențe externe** – conduc la apariția *erorilor de influență*. Factorii de influență pot fi obiectivi (temperatura, presiunea atmosferică, tensiunea de alimentare, câmpurile electromagnetice externe, etc), sau pot fi subiectivi (depinzând de operator și de metoda de lucru).

#### 3.1.5.1.2 Clasificare în funcție de modul de manifestare

În funcție de modul de manifestare putem împărți erorile în două categorii:

- **Erori aleatoare** – erori care iau valori diferite la repetarea măsurătorii în condiții identice. Rezultatele măsurătorilor pot să aibă orice valoare într-un interval dat, în jurul valorii adevărate, cu o anumită probabilitate. Un rezultat mai precis se poate obține prin efectuarea de măsurători multiple și medierea valorilor obținute.
- **Erori sistematice** – Sunt erori care se repetă cu aceleași valori la repetarea în condiții identice a măsurătorii. Se datorează de obicei erorilor de model sau erorilor de interacțiune. Se manifestă prin decalarea valorii măsurate față de valoarea adevărată.

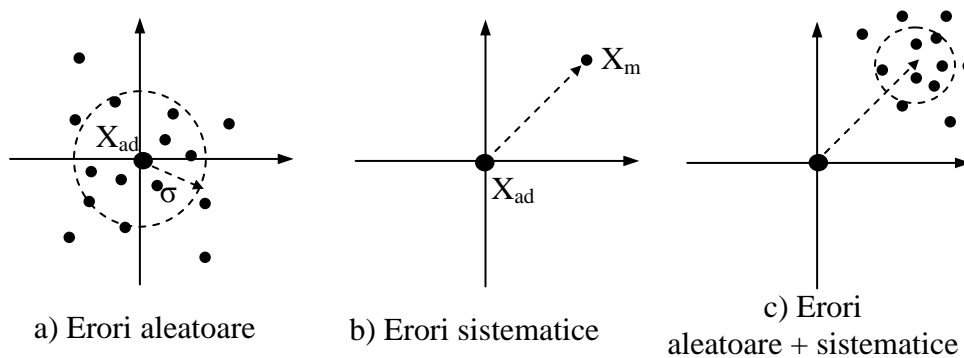


Figura 3.20. Manifestarea erorilor aleatoare și sistematice

### 3.1.5.2 Caracterizarea cantitativă a erorilor de măsură. Definiții

Eroarea rezultată în urma unei operații de măsurare se poate prezenta cantitativ în mai multe forme:

- **Eroarea absolută** – reprezintă diferența între valoarea măsurată și valoarea adevărată a mărimii măsurate. Se exprimă în unitatea de măsură a mărimii măsurate și se notează cu  $e$ .

$$e = X_m - X_{ad} \quad (3.36)$$

- **Eroarea absolută limită** – reprezintă eroarea absolută maximă care poate să apară în procesul de măsurare. Este eroarea care caracterizează procesul de măsură respectiv. Eroarea absolută poate fi chiar zero pentru o măsurătoare particulară, dar în marea majoritate a măsurătorilor are valori diferite de zero. Asta nu înseamnă că procesul de măsură este caracterizat de eroare zero. Procesul de măsură va fi caracterizat de eroarea maximă care poate să apară, având în vedere *toate cauzele de erori, la valorile lor maxime și în situația cea mai defavorabilă de compunere a lor*. Notățiile uzuale folosite pentru eroarea absolută limită sunt:  $e_l$  sau  $e_{lim}$ .

$$e_{lim} = \max^{not} |e| = \max |X_m - X_{ad}| \quad (3.37)$$

- **Eroarea relativă** – reprezintă raportul între eroarea absolută și valoarea adevărată a măsurandului. Se exprimă în procente [%] sau părți per milion [ppm] și se notează cu  $\varepsilon$  sau  $e_r$ . La numitor se poate folosi în calcule și valoarea măsurată, dacă aceasta ușurează procesul de calcul.

$$\varepsilon = \frac{e}{X_{ad}} = \frac{X_m - X_{ad}}{X_{ad}} \cong \frac{e}{X_m} \quad (3.38)$$

De menționat că în relația 3.54 valoarea numerică obținută trebuie înmulțită cu 100 pentru exprimarea în procente sau cu  $10^6$  pentru exprimarea în ppm.

- **Eroarea relativă limită** - reprezintă eroarea relativă maximă care poate să apară în procesul de măsurare. Este eroarea relativă care caracterizează

procesul de măsură respectiv. Sunt valabile observațiile de la eroarea absolută limită.

$$\varepsilon_{\text{lim}} = \frac{e_{\text{lim}}}{X_{ad}} = \frac{\max|X_m - X_{ad}|}{X_{ad}} \cong \frac{e_{\text{lim}}}{X_m} \quad (3.39)$$

- **Eroarea raportată** – reprezintă raportul între eroarea absolută și o valoare particulară  $X_R$  a măsurandului (de exemplu valoarea maximă dintr-un domeniu de valori sau o valoare particulară de calibrare). Se exprimă în procente [%] sau părți per milion [ppm] și se notează cu  $e_R$  (cu aceleași mențiuni ca mai sus privind factorul 100 sau  $10^6$  în funcție de unitatea relativă utilizată)

$$e_R = \frac{e}{X_R} = \frac{X_m - X_{ad}}{X_R} \quad (3.40)$$

Frecvent, raportarea se face la mărimea cap de scară.

- **Eroarea raportată limită** - reprezintă eroarea raportată maximă care poate să apară în procesul de măsurare. Sunt valabile observațiile de la eroarea absolută limită.

$$e_{R \text{ lim}} = \frac{e_{\text{lim}}}{X_R} = \frac{\max|X_m - X_{ad}|}{X_R} = \max|e_R| \quad (3.41)$$

**EXEMPLU:** Se măsoară o tensiune de 8V cu ajutorul unui voltmetru care are o valoare de cap de scară de 10V, utilizată și pentru calibrare. Voltmetrul indică valoarea 8,05 V. Să se calculeze eroarea absolută, eroarea relativă și eroarea raportată făcută la această măsurătoare. Se repetă măsurătoarea de mai multe ori și se obțin pentru tensiune valori cuprinse în intervalul (7,9÷8,08) V. Să se calculeze eroarea absolută limită, eroarea relativă limită și eroarea raportată limită.

Aplicând relațiile 3.52, 3.54 și 3.56 se obține

$$e = 8,05V - 8V = 0,05V \quad (3.42)$$

$$\varepsilon = \frac{e}{U_{ad}} = \frac{0,05}{8} \cdot 100[\%] = 0,625[\%] \quad (3.43)$$

$$e_R = \frac{e}{U_R} = \frac{0,05}{10} \cdot 100[\%] = 0,5[\%] \quad (3.44)$$

Pentru erorile limită se aplică relațiile 3.53, 3.55 și 3.57 și se obține

$$e_{\text{lim}} = \max|U_m - U_{ad}| = |7,9 - 8| = 0,1V \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_{\text{lim}} = \frac{e_{\text{lim}}}{U_{ad}} = \frac{0,1}{8} \cdot 100[\%] = 1,25[\%] \quad (3.46)$$



$$e_{R \text{ lim}} = \frac{e_{\text{lim}}}{U_R} = \frac{0,1}{10} \cdot 100[\%] = 1[\%] \quad (3.47)$$

- **Clasa de precizie** – este o mărime care caracterizează un aparat de măsură și reprezintă eroarea raportată limită, exprimată în forma procentuală. Mărimea de raportare  $X_R$  este chiar mărimea maximă posibilă a fi măsurată pe scala respectivă a aparatului, numită valoare de cap de scală ( $X_{CS}$ ).

De obicei în caracterizarea erorilor se preferă eroarea relativă deoarece oferă o imagine mai bună asupra preciziei unei măsurători. De exemplu se poate obține eroarea absolută de 1V la măsurarea unei tensiuni de 100 V și respectiv la măsurarea unei tensiuni de 4V. Eroarea absolută este aceeași, dar este evident că cele două procese de măsură nu sunt identice din punctul de vedere al erorii obținute. Acest lucru este pus în evidență de eroarea relativă, care este de 1% în primul caz și 25% în al doilea caz.

Totuși, la măsurarea unei mărimi cu diferite valori folosind același aparat de măsură și aceeași scară a aparatului, o bună parte din erorile subiective și obiective sunt aceleași în valoare absolută. Pentru a caracteriza acest aparat de măsură eroare absolută limită  $e$  este o mărime destul de potrivită, dar odată cu schimbarea scării de măsură și erorile absolute respective se schimbă într-o proporție aproximativ egală cu valoarea maximă pe care o poate indica aparatul pentru fiecare scară folosită (valoarea de cap de scală). Din aceste motive, prin convenție, s-a ales ca valoare de raportare valoarea de cap de scală –  $X_{CS}$ ). Clasa de precizie se notează cu  $c$  și se măsoară în procente:

$$c = e_{R \text{ lim}} \Big|_{X_R=X_{CS}} \stackrel{\text{not}}{=} \frac{e_{\text{lim}}}{X_{CS}} \cdot 100 \quad (3.48)$$

Eroarea relativă limită făcută la măsurarea unei mărimi  $X$  cu aparatul de măsură va fi

$$\varepsilon_{\text{lim}} = \frac{e_{\text{lim}}}{X} = \frac{c \cdot X_{CS}}{X} \quad [\%] \quad (3.49)$$

**EXEMPLU:** Se dispune de trei voltmetre având următoarele scări și clase de precizie: Voltmetrul 1 are  $U_{CS1}=100V$ ,  $c_1=4\%$ ; voltmetrul 2 are  $U_{CS2}=1000V$ ,  $c_2=0,5\%$ ; voltmetrul 3 are  $U_{CS3}=300V$  și  $c_3=2\%$ . Să se aleagă aparatul care măsoară o tensiune  $U=100V$  cu eroare relativă limită minimă.

Pentru calculul erorii relative limite se aplică relația 3.65 și se obține

$$\varepsilon_{\text{lim},1} = \frac{c_1 \cdot U_{CS1}}{U} = 4\% , \varepsilon_{\text{lim},2} = 5\% \text{ și respectiv } \varepsilon_{\text{lim},3} = 6\% \quad (3.50)$$

Se observă că cel mai convenabil pentru această măsurătoare este voltmetrul 1.

Din exemplul dat se constată că nu întotdeauna aparatul cel mai precis este și convenabil pentru o anumită măsurătoare. Depinde și de situarea mărimii în intervalul de măsură al aparatului. Conform relației 3.52, variația erorii pe scara de măsură a aparatului descrie o curbă de tip hiperbolă (funcție de tip  $1/x$ ). Pentru mărimi mici, situate departe de capătul de scală, se obțin erori de măsură foarte mari. O soluție pentru această problemă constă în folosirea aparatelor cu scări de măsură multiple. În figura 3.21 este prezentată variația erorii pentru un aparat având scări comutabile decadice (de exemplu un voltmetru care are scările  $U_{CS}=100V$ ,  $U_{CS1}=U_{CS}/10=10V$ ,  $U_{CS2}=1V$ , ...). Se observă că, exceptând ultima scară, pe celelalte scări eroarea relativă variază de la valoarea  $10 \cdot c$  la valoarea  $c$ . De asemenea, la trecerea pe o scară inferioară eroarea scade brusc de la  $10 \cdot c$  la valoarea  $c$ .

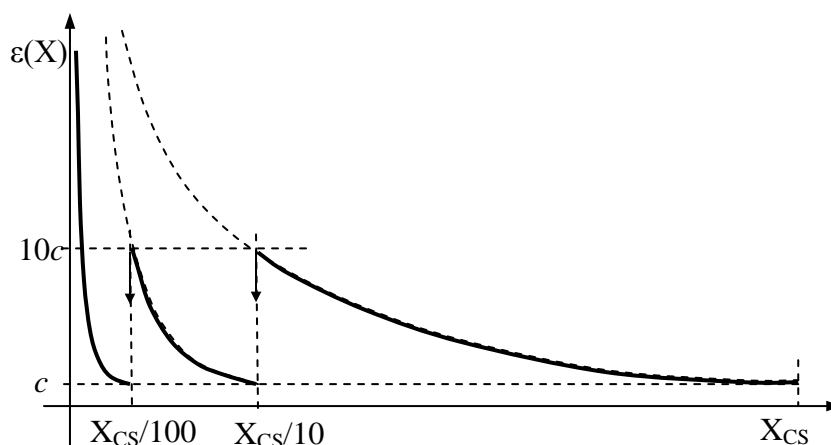


Figura 3.21. Variația erorii relative pentru un aparat cu scări decadic

### 3.1.5.3 Propagarea erorilor în măsurătorile indirecte

Un caz foarte frecvent întâlnit în operațiile de măsurare este cel al determinării unei mărimi  $Y$  în funcție de alte mărimi  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , caracterizate de erorile absolute limită  $e_{lim,1}, e_{lim,2}, \dots, e_{lim,n}$ , respectiv erorile relative limită  $\varepsilon_{lim,1}, \varepsilon_{lim,2}, \dots, \varepsilon_{lim,n}$ . Se pune problema determinării erorii mărimii  $Y$  în funcție de erorile pentru mărimile  $X_1, \dots, X_n$ .

Se consideră relația dintre mărimea căutată  $Y$  și mărimile independente  $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.51)$$

și se dorește determinarea erorii  $e_{lim,Y}$ , respectiv  $\varepsilon_{lim,Y}$ . Se diferențiază funcția  $Y$  și se obține

$$dY = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} dX_i \quad (3.52)$$

Se trece la ecuația cu diferențe finite

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_i \quad (3.53)$$

Eroarea absolută maximă pentru mărimea Y va fi

$$e_{\text{lim},Y} = |\Delta Y|_{\text{max}} = \left| \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_i \right|_{\text{max}} \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| |\Delta X_i|_{\text{max}} \quad (3.54)$$

Majorarea modulului sumei la suma modulelor se justifică prin faptul că în evaluarea erorii limită, trebuie avute în vedere toate sursele de erori, la valorile lor maxime și în condițiile cele mai defavorabile de compunere a lor. Dar

$$|\Delta X_i|_{\text{max}} = e_{\text{lim},i} \quad (3.55)$$

La limită se obține

$$e_{\text{lim},Y} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \cdot e_{\text{lim},i} \quad (3.56)$$

Relația 3.72 reprezintă relația de propagare a erorilor absolute în măsurătorile indirecte. Pentru calculul erorii relative se împarte relația 3.72 la Y și se obține

$$\varepsilon_{\text{lim},Y} = \frac{e_{\text{lim},Y}}{Y} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{Y} \right| \cdot \frac{e_{\text{lim},i}}{X_i} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{Y} \right| \cdot \varepsilon_{\text{lim},i} \quad (3.57)$$

**EXEMPLU:** Se calculează puterea disipată de o rezistență  $R=1\text{k}\Omega$ , parcursă de un curent  $I=2\text{mA}$ . Rezistența are toleranța  $\varepsilon_{\text{lim},R}=1\%$ , iar curentul este măsurat cu un miliampermetru având clasa de precizie  $c=0,5\%$  și  $I_{CS}=10\text{mA}$ . Să se calculeze eroarea relativă limită cu care este determinată puterea disipată.

Puterea disipată se calculează cu relația

$$P = R \cdot I^2 \quad (3.58)$$

Puterea se determină indirect prin măsurarea mărimilor  $R$  și  $I$ . Pentru calculul erorii relative se aplică relația 3.73:

$$\varepsilon_{\text{lim},P} = \left| \frac{\partial P}{\partial R} \frac{R}{P} \right| \varepsilon_{\text{lim},R} + \left| \frac{\partial P}{\partial I} \frac{I}{P} \right| \varepsilon_{\text{lim},I} = \frac{I^2 R}{P} \varepsilon_{\text{lim},R} + 2I \cdot R \frac{I}{P} \varepsilon_{\text{lim},I} \quad (3.59)$$

Se obține

$$\varepsilon_{\text{lim},P} = \varepsilon_{\text{lim},R} + 2 \cdot \varepsilon_{\text{lim},I} \quad (3.60)$$

Trebuie determinată eroarea cu care se măsoară curentul  $I$ . Se folosește formula 3.65 și se obține

$$\varepsilon_{\text{lim},I} = \frac{c \cdot I_{CS}}{I} = 2,5\% \quad (3.61)$$

Se obține în final

$$\varepsilon_{\text{lim},P} = 1\% + 5\% = 6\% \quad (3.62)$$

### 3.1.6 Clasificarea măsurătorilor pentru tensiuni și curenți electrici

#### 3.1.6.1 Clasificarea aparatelor de măsură

Aparatele de măsură pentru măsurarea tensiunilor și curenților electrici și, implicit, metodele de măsură corespunzătoare, se pot clasifica după mai multe criterii:

- După mărimea de măsurat:
  - aparate pentru măsurarea tensiunilor electrice;
  - aparate pentru măsurarea intensității curenților electrici;
  - aparate pentru măsurarea altor mărimi derivate din acestea (puteri, etc);
  - aparate mixte (multimetre), destinate a măsura tensiuni electrice, intensitatea curenților electrici, precum și alte mărimi, cum este rezistența;
- După metoda de măsură:
  - aparate pentru măsurare directă a mărimii de măsurat;
  - aparate pentru măsurarea prin compensare;
- După tehnologia de realizare a aparatelor de măsură:
  - aparate de măsură analogice:
    - aparate electromecanice, care transformă mărimea de măsurat într-o mărime observabilă (de exemplu deplasarea unghiulară a unui ac indicator);
    - compensatoare, care compensează mărimea de măsurat;
    - aparate electronice, care amplifică semnalul de măsurat prin mijloace electronice (voltmetre și multimetre electronice);
  - aparate de măsură numerice;
- După tipul și frecvența semnalului de măsurat:
  - aparate de măsură în curent continuu;
  - aparate de măsură în curent alternativ;

- de joasă frecvență (audiofrecvență);
- de înaltă frecvență (radiofrecvență);

Din cele prezentate mai sus rezultă o mare diversitate de aparate pentru măsurarea tensiunilor și curenților electrici. În cele ce urmează se vor prezenta principalele aparate pentru măsurarea tensiunilor și curenților electrici pornind de la tehnologiile de realizare ale acestora. În cadrul fiecărei categorii tehnologice se vor prezenta atât aparatele de măsură de curent continuu, cât și a celor de curent alternativ, deoarece există anumite similitudini între acestea în cadrul categoriei tehnologice respective. Totuși variantele de curent alternativ prezintă o serie de particularități datorită multitudinii de parametri ai semnalelor alternative periodice.

### 3.1.6.2 Parametrii semnalelor alternative, periodice

Se consideră un semnal periodic, de perioadă  $T$ ,  $x(t) = x(t + kT)$ . Pentru acest semnal se pot defini următoarele mărimi:

- **Valoarea de vârf** – valoarea extremă (pozitivă sau negativă) a semnalului ( $U_{V+}$ ,  $U_{V-}$ ).
- **Valoarea vârf la vârf** - domeniul de variație al semnalului

$$U_{VV} = U_{V+} - U_{V-} \quad (3.63)$$

- **Valoarea medie** – sau componenta continuă a semnalului

$$\overline{u(t)} = U_0 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t) dt \quad (3.64)$$

Este valoarea indicată de un instrument magnetoelectric, dacă frecvența  $f$  este mult mai mare decât frecvența proprie a instrumentului.

- **Valoarea medie absolută** – este valoarea medie a tensiunii redresate. Poate fi definită atât în cazul redresării monoalternanță cât și în cazul redresării dublă alternanță:

- În cazul *redresării dublă alternanță*:

$$U_m = \overline{|u(t)|} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |u(t)| dt \quad (3.65)$$

- În cazul *redresării monoalternanță*- alternanța pozitivă

$$u_+(t) = \frac{1}{2} (u(t) + |u(t)|) \Rightarrow U_{m+} = \overline{u_+(t)} \quad (3.66)$$

- În cazul *redresării monoalternanță*- alternanța negativă

$$u_-(t) = \frac{1}{2} (u(t) - |u(t)|) \Rightarrow U_{m-} = \overline{u_-(t)} \quad (3.67)$$

- **Valoarea eficace** – (Root Mean Square) Valoarea eficace este valoare unei tensiuni continue sau a intensității unui curent continuu care dezvoltă

aceeași putere medie printr-o rezistență de  $1\Omega$  ca și semnalul periodic respectiv.

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} x^2(t) dt} = \sqrt{x^2(t)} \quad (3.68)$$

- **Factorul de vârf** – raportul între valoarea de vârf și valoarea eficace

$$K_V = \frac{U_V}{U_{ef}} \quad (3.69)$$

- **Factorul de formă** – raportul între valoarea eficace și valoarea medie absolută

$$K_F = \frac{U_{ef}}{U_{ma}} \quad (3.70)$$

**EXEMPLU:** Să se calculeze tensiunea medie, tensiunea medie absolută, tensiunea efectivă, factorul de vârf și factorul de formă pentru următoarele tipuri de semnale: sinusoidal, dreptunghiular simetric, triunghiular simetric, reprezentate în figura 3.22.

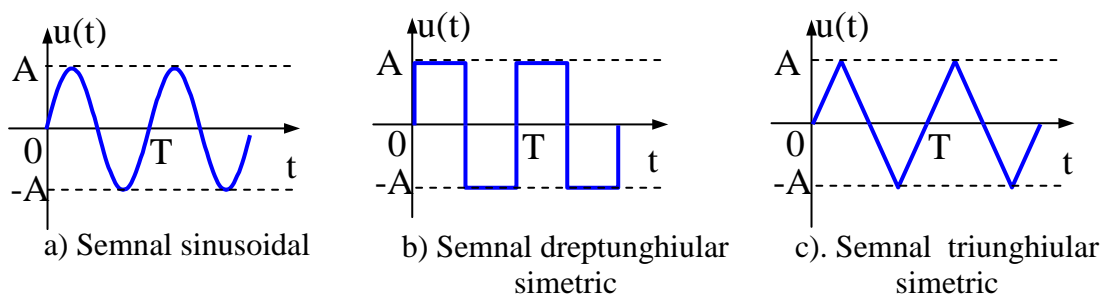


Figura 3.22. Semnale periodice tipice

Aplicându-se relațiile de definiție se obțin pentru mărimile cerute următoarele valori:

- Semnal sinusoidal:

$$U_{ma} = \frac{2A}{\pi}; U_{ef} = \frac{A}{\sqrt{2}}; U_v = A; K_F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11; K_V = \sqrt{2} \quad (3.71)$$

- Semnal dreptunghiular simetric:

$$U_{ma} = A; U_{ef} = A; U_v = A; K_F = 1; K_V = 1 \quad (3.72)$$

- Semnal triunghiular simetric:

$$U_{ma} = \frac{A}{2}; U_{ef} = \frac{A}{\sqrt{3}}; U_v = A; K_F = \frac{2}{\sqrt{3}}; K_V = \sqrt{3} \quad (3.73)$$

## 3.2 Instrumente și aparate analogice pentru măsurarea tensiunilor și curenților electrici

### 3.2.1 Instrumente electromecanice pentru măsurarea tensiunilor și curenților electrici

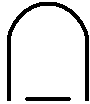



#### 3.2.1.1 Clasificare. Modul general de funcționare







Instrumentele electromecanice se utilizează curent deoarece sunt simple, fiabile și ușor de întreținut. Ele se clasifică după tipul mecanismului de măsură utilizat. Astfel, se disting instrumente:

- magnetoelectrice:
  - cu bobină mobilă;
  - cu redresor;
  - cu termocuplu;
  - cu magnet mobil și bobină fixă;
- feromagnetice;
- electrodinamice;
- ferodinamice;
- cu inducție;
- electrostatice;
- cu lamelă bimetalică.

Simbolurile grafice standardizate pentru instrumentele de măsură respective sunt prezentate în tabelul 3.1.

Tabelul 3.1. Clasificarea instrumentelor electromecanice și simbolurile grafice aferente

| Tipul mecanismului                                 | Semnul grafic  | Banda de frecvențe      |
|--|--|-------------------------|
| 1a. Magnetoelectric cu bobină mobilă               |  | numai în c.c.<br>(0 Hz) |
| 1b. Magnetoelectric cu redresor                    |  | 10Hz – 10 kHz           |
| 1c. Magnetoelectric cu termocuplu                  |  | 0 – 100 MHz             |
| 1d. Magnetoelectric cu magnet mobil și bobină fixă |  | numai în c.c.<br>(0 Hz) |

|                         |  |             |
|-------------------------|--|-------------|
| 2. Feromagnetic         |  | 0 – 1000 Hz |
| 3. Electrodynamic       |  | 0 – 1000 Hz |
| 4. Ferodinamic          |  | 0 – 100 kHz |
| 5. Cu inducție          |  | 10 – 100 Hz |
| 6. Electrostatic        |  | 0 – 10 MHz  |
| 7. Cu lamelă bimetalică |  | 0 – 50 kHz  |

Instrumentele electromecanice sunt formate din *circuitul de măsură*, care transformă mărimea de măsurat ( $X$ ) într-o mărime intermediară ( $Y$ ), și din *mecanismul de măsură*, care convertește mărimea  $Y$  într-o deviație ( $\alpha$ ) a unui ac indicator care indică direct valoarea lui  $X$ . Dacă  $X$  nu este purtătoare de energie, cum este, de exemplu, rezistența, la circuitul de măsură se asociază și o sursă de alimentare.

Din punct de vedere constructiv, instrumentul de măsură este constituit din părți fixe și mobile între care, datorită aplicării mărimii de măsurat  $X$ , apare un cuplu activ,  $M_a$ , care determină deviația părții mobile (*echipajului mobil*) și a indicatorului care este solidar cu acesta. Odată cu inițierea mișcării mai apar și alte cupluri, care se opun acestuia:

- cuplul rezistent  $M_r$  – este proporțional cu unghiul de deviație  $\alpha$  al echipajului mobil ( $M_r = -D\alpha$ , unde  $D$  este cuplul rezistent specific) și, în regim permanent (static), egalează cuplul activ

$$M_a = -M_r = D\alpha \quad (3.74)$$

- cuplul de frecare  $M_f$  – se opune întotdeauna mișcării și este o cauză de erori, deoarece tinde să-și modifice valoarea în timp, de exemplu prin uzarea lagărelor; este și motivul pentru care se urmărește ca acesta să fie cât mai mic;
- cuplul de inerție  $M_i$  – este o componentă tipic dinamică care se opune mișcării în măsura în care aceasta există; din această cauză stabilirea deviației statice nu are loc instantaneu

$$M_i = -J \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} \quad (3.75)$$

unde  $J$  este momentul de inerție al echipajului mobil în raport cu axa de rotație, iar  $\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2}$  reprezintă accelerația unghiulară.



Existența acestui cuplu de inerție face ca mișcarea echipajului mobil să fie ori oscilantă, ori amortizată (aperiodică), în funcție de valoarea momentului de inerție  $J$ .

- cuplul de amortizare  $M_{am}$  – se introduce pentru a reduce posibila supracreștere a oscilației acului indicator în regim dinamic și a controla timpul de stabilizare la deviația de regim static a acului

$$M_{am} = -A \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (3.76)$$

unde  $A$  este cuplul de amortizare specific.

Ecuția generală de mișcare a echipajului mobil se obține scriind ecuația de echilibru a cuplurilor ce acționează asupra sa

$$M_a + M_r + M_f + M_i + M_{am} = 0 \quad (3.77)$$

### 3.2.1.2 Instrumentul magnetoelectric

#### 3.2.1.2.1 Analiza funcționării instrumentului

Este cel mai simplu tip de instrument electromecanic. Principiul de funcționare constă în acțiunea unui câmp de inducție magnetică constant,  $B$ , produs de un magnet permanent, asupra unei bobine (având secțiunea  $s$  și numărul de spire  $n$ ), parcursă de curentul de măsurat  $I$ . În aceste condiții ia naștere un cuplu activ  $M_a = BsnI$  care imprimă o mișcare de rotație bobinei. Bobina este conectată la un ac indicator ce se deplasează în fața unui cadran etalonat.

Schema de principiu este prezentată în figura 3.23.

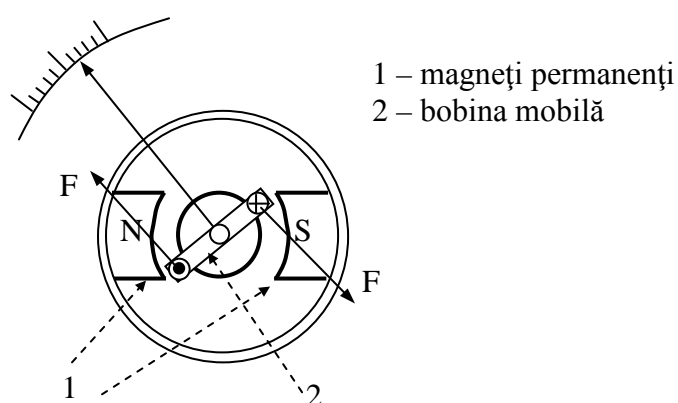


Figura 3.23. Schema de principiu a instrumentului magnetoelectric

Bobina mobilă, în forma de cadru dreptunghiular, parcursă de curentul  $I$ , se poate roti liber sub acțiunea câmpului magnetic constant  $B$ , produs de

magnetul permanent. Asupra conductorilor parcurși de curent aflați în câmp magnetic acționează forțele electromagnetice de mărime

$$F = B \cdot I \cdot l \quad (3.78)$$

Acestea formează un cuplu activ de forțe care tind să rotească bobina, căruia i se opune un cuplu rezistent determinat de elemente elastice (resorturi spirale, tije tensionate, etc). Cuplul activ este proporțional cu forța  $F$  și, implicit, cu valoarea curentului  $I$ ,

$$M_a = \Phi_0 \cdot I \quad (3.79)$$

iar cuplul rezistent este proporțional cu unghiul de rotație  $\alpha$ ,

$$M_r = -D \cdot \alpha \quad (3.80)$$

La echilibru cele două cupluri de forțe sunt egale, obținându-se pentru deviația acului indicator expresia

$$\alpha = \frac{\Phi_0}{D} I = S \cdot I \quad (3.81)$$

unde  $S$  este sensibilitatea aparatului.

Deoarece  $\alpha = SI$ , se obține o scară liniară pentru instrumentul magnetoelectric. Prin urmare, acesta transformă intensitatea curentului electric  $I$  într-o deviație unghiulară  $\alpha$  proporțională, deci el reprezintă un ampermetru (de fapt un microampermetru). În funcție de cum se reglează din punct de vedere mecanic poziția de „zero”, există instrumente cu „zero” central, potrivite unor măsurători cu semn ale curentului, și instrumente cu „zero” lateral, pentru care sensul curentului trebuie ales în mod adecvat.

O analiză în regim dinamic pornind de la ecuația (3.93) evidențiază că atingerea deviației  $\alpha$  de regim permanent se face după un anumit timp, care, în multe cazuri practice, este în jur de 1 secundă. În cazul în care curentul măsurat este un curent sinusoidal, acul indicator nu poate urmări frecvența de variație a curentului decât dacă aceasta este foarte redusă, sub 1 - 2Hz. Peste această valoare acul indicator va oscila, din cauza inerției instrumentului, în jurul valorii medii cu o amplitudine care scade cu frecvența curentului cu 40 dB/decadă comparativ cu amplitudinea curentului de măsurat. De exemplu la 50Hz această oscilație este sub 1% din amplitudinea curentului.

Din cele prezentate mai sus, se constată următoarele:

- Răspunsul instrumentului cu frecvența se traduce printr-o oscilație în jurul valorii medii a curentului, oscilație a cărei amplitudine scade cu creșterea frecvenței cu 40 dB/decadă, așa încât chiar la frecvența rețelei de alimentare, devine insesizabilă. Din acest motiv, putem afirma că *instrumentul este sensibil numai la valoarea medie (componenta continuă) a curentului*;
- Instrumentul are polaritate, adică inversarea sensului curentului duce la inversarea sensului deplasării acului indicator;

- Scara instrumentului este gradată uniform;
- Nu poate fi supraîncărcat; Sârma din care este realizată bobina mobilă fiind foarte subțire, la depășirea curentului maxim se încălzește și se poate arde;
- Este puțin sensibil la câmpuri electrice sau magnetice externe;
- Poate fi realizat în clase de precizie destul de ridicate ( $c=0,1 - 0,2$ );
- Poate fi realizat pentru poziții de funcționare verticale sau orizontale.

### 3.2.1.2 Ampermetrul magnetoelectric de curent continuu cu mai multe scări

Instrumentul magnetoelectric este un micro sau miliampermetru, deoarece bobina sa fiind realizată cu o sârmă foarte subțire nu permite trecerea unor curenți foarte mari. De aceea sunt necesare șunturi.

Se consideră schema generală a unui instrument cu șunt (fig. 3.24a) și schema echivalentă a acestuia (fig. 3.24b).

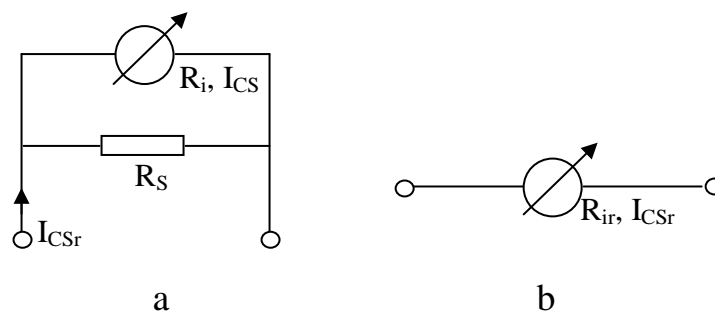


Figura 3.24. Schema generală a unui instrument cu șunt

Condiția ca cele două scheme din figura 3.24 să fie echivalente este ca prin cele două circuite să treacă același curent  $I_{CSr}$  și instrumentele să indice în cazul a un curent de  $n$  ori mai mic

$$I_{CS} = I_{CSr} \frac{R_s}{R_s + R_i} \quad (3.82)$$

$$I_{CSr} = nI_{CS} \Rightarrow 1 = n \frac{R_s}{R_s + R_i} \quad (3.83)$$

Se obține

$$R_s = \frac{R_i}{n-1} \quad (3.84)$$

iar impedanța serie echivalentă a instrumentului este

$$R_{ir} = \frac{R_i R_s}{R_i + R_s} = \frac{R_i}{n} \quad (3.85)$$

Acest procedeu simplu permite, printr-o alegere judicioasă a valorii rezistenței de șunt, ca același instrument să fie utilizat și pentru măsurarea unor curenți de  $n$  ori mai mari. Se pot imagina următoarele cazuri:

1. *Instrumente cu mai multe scări cu șunturi individuale* (fig. 3.25). În acest caz căderea de tensiune la cap de scară este aceeași pentru toate scările

$$U_{CS} = R_i \cdot I_{CS} \quad (3.86)$$

ceea ce corespunde unor șunturi de rezistență

$$R_{sk} = \frac{R_i}{n_k - 1} \quad (3.87)$$

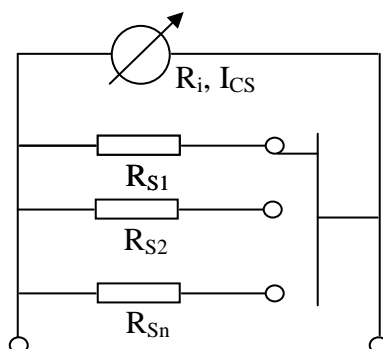


Figura 3.25. Schema unui instrument cu șunturi individuale

Această soluție are un mare dezavantaj: La trecerea de pe o scară pe alta în prezența curentului de măsurat, instrumentul rămâne la un moment dat fără șunt, fiind supraîncărcat. Sunt necesare precauții la construcția comutatorului: cursorul trebuie să calce în permanență pe un contact.

2. *Instrumente cu mai multe scări cu șunturi universale* (fig. 3.26).

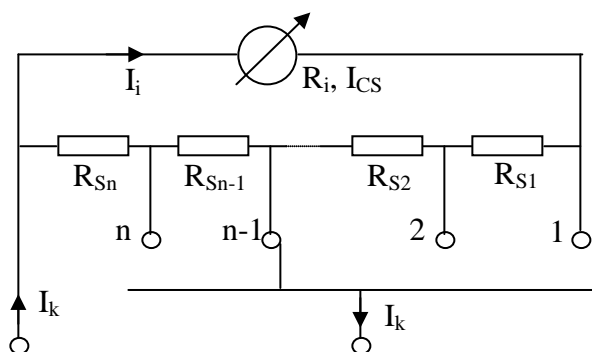


Figura 3.26. Schema unui instrument cu șunturi universale

Pentru  $k=1$ , comutatorul este pe poziția 1:

$$I_{CS} = \frac{\sum R_{Sk}}{R_i + \sum R_{Sk}} I_1 \quad (3.88)$$

cu notația

$$R_{Tot} = R_i + \sum R_{Sk} \quad (3.89)$$

rezultă

$$\frac{I_{CS1}}{I_{CS}} = \frac{R_{Tot}}{\sum R_{Sk}} \Rightarrow \sum R_{Sk} = R_{Tot} \frac{I_{CS}}{I_{CS1}} \quad (3.90)$$

unde  $I_{CS1}$  este curentul de cap de scală echivalent poziției 1.

Pentru  $k=2$ , rezultă

$$\frac{I_{CS2}}{I_{CS}} = \frac{R_{Tot}}{\sum R_{Sk} - R_{S1}} \Rightarrow \sum R_{Sk} - R_{S1} = R_{Tot} \frac{I_{CS}}{I_{CS2}} \quad (3.91)$$

de unde se obține

$$R_{S1} = \sum R_{Sk} - R_{Tot} \frac{I_{CS}}{I_{CS2}} = R_{Tot} I_{CS} \left( \frac{1}{I_{CS1}} - \frac{1}{I_{CS2}} \right) \quad (3.92)$$

Similar, pentru  $k=2$ , rezultă

$$\frac{I_{CS3}}{I_{CS}} = \frac{R_{Tot}}{\sum R_{Sk} - R_{S1} - R_{S1}} \Rightarrow \sum R_{Sk} - R_{S1} - R_{S1} = R_{Tot} \frac{I_{CS}}{I_{CS3}} \quad (3.93)$$

respectiv

$$R_{S2} = R_{Tot} I_{CS} \left( \frac{1}{I_{CS2}} - \frac{1}{I_{CS3}} \right) \quad (3.94)$$

și, din aproape în aproape

$$R_{Sk} = R_{Tot} I_{CS} \left( \frac{1}{I_{CSk}} - \frac{1}{I_{CS(k+1)}} \right) ; \quad k = 1, \dots, (n-1) \quad (3.95)$$

respectiv

$$R_{Sn} = R_{Tot} I_{CS} \frac{1}{I_{CSn}} \quad (3.96)$$

Alegerea scărilor de măsură prin curenții de cap de scală în relația

$$I_{CSk} = \frac{1}{n_k} I_{CS(k+1)} ; \quad k = 1, \dots, (n-1) \quad (3.97)$$

permite deducerea recursivă a rezistențelor de șunt  $R_{Sk}$ .

Ampermetrele cu mai multe scări se realizează pe baza microampermetrelor de mică sensibilitate ( $I_{CS} \geq 200-1000 \mu A$ ) la care organul mobil este, de regulă, pe ax cu lagăre. Se construiesc pentru curenți de cap de scală în serie normalizată:  $I_{CS} = 0,1; 0,3; 3; 10; 30 A$ , mai rar pentru curenți de cap de scală mai mici.

Ca precizie a acestor ampermetre se încadrează în clasa 0,2 și 0,5 în varianta de laborator și în clasa 1; 1,5 (mai rar 2,5) în varianta de tablou (variantă care se utilizează în cazul panourilor electrice sau pentru măsurători de curenți mari).

### 3.2.1.2.3 Voltmetrul magnetoelectric de curent continuu

Pornind de la un miliampermetru, se obține un voltmetru prin inseriere cu o rezistență adițională  $R_a$ . Se consideră configurația din figura 3.27.

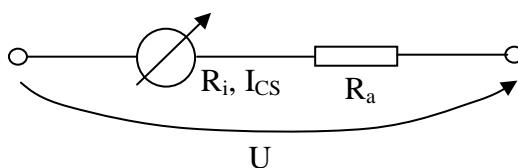


Figura 3.27. Configurația fundamentală a unui voltmetru magnetoelectric

Pornind de la legea lui Ohm, se observă că

$$U = (R_a + R_i)I \quad (3.98)$$

respectiv, în cazul în care se atinge curentul de cap de scală

$$U_{CS} = (R_a + R_i)I_{CS} \quad (3.99)$$

Dacă se impune o tensiune de cap de scală  $U_{CS}$ , pentru un instrument magnetoelectric cu un curent de cap de scală  $I_{CS}$  dat, rezultă o rezistență adițională serie

$$R_a = \frac{U_{CS}}{I_{CS}} - R_i \quad (3.100)$$

În cazul unui voltmetru cu mai multe scări (fig. 3.28) rezultă pentru scara  $k$

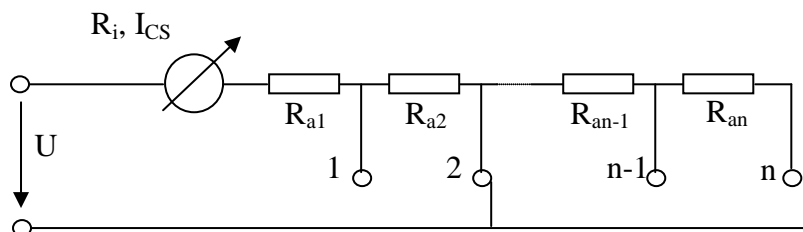


Figura 3.28. Schema unui voltmetru cu mai multe scări

$$\sum_{i=1}^k R_{ai} = \frac{U_{CSk}}{I_{CS}} - R_i \quad (3.101)$$

iar pentru scara  $(k+1)$

$$\sum_{i=1}^{k+1} R_{ai} = \frac{U_{CS(k+1)}}{I_{CS}} - R_i \quad (3.102)$$

astfel că rezistența adițională serie de ordin (k+1) este

$$R_{a(k+1)} = \frac{U_{CS(k+1)} - U_{CSk}}{I_{CS}} \quad (3.103)$$

Cu notația

$$U_{CS0} = R_i I_{CS} \quad (3.104)$$

rezistența adițională serie de ordin (k+1) este

$$R_{a(k+1)} = R_i \frac{U_{CS(k+1)} - U_{CSk}}{U_{CS0}} \quad (3.105)$$

Rezistențele adiționale sunt în general de valori mari, chiar foarte mari în comparație cu rezistența internă  $R_i$  a instrumentului magnetoelectric. Rezistența internă  $R_{int}$  a voltmetrului pe scara  $k$  este

$$R_{int,k} = R_i + \sum_{i=1}^k R_{ai} = \frac{U_{CSk}}{I_{CS}} \quad (3.106)$$

deci variază de la o scară la alta. Se obișnuiește să se considere o aceeași valoare normată la tensiunea de cap de scară pentru toate scările

$$\frac{R_{int,k}}{U_{CSk}} = \frac{1}{I_{CS}} \left[ \frac{\Omega}{V} \right] \quad (3.107)$$

care se dorește să fie cât mai ridicată, ceea ce înseamnă că voltmetru respectiv va consuma mai puțină energie din montajul de măsură. Voltmetrele de tablou au 0,5 – 3 kΩ/V, iar cele de laborator 5 – 50 kΩ/V (voltmetrele electronice de c.c. asigură cel puțin 1 MΩ/V).

Tensiunile de cap de scară  $U_{CSk}$  se aleg din seria normalizată  $U_{CS} = 0,1; 0,3; 1; 3; 10; 30; 100; 300$  V. Precizia acestor voltmetre este aceeași ca și la ampermetrele magnetoelectrice.

Este de reținut că instrumentul magnetoelectric este foarte sensibil la supracurenți. Astfel, o soluție este utilizarea unor siguranțe fuzibile foarte rapide și/sau diode semiconductoare conectate în paralel cu instrumentul (fig. 3.29)

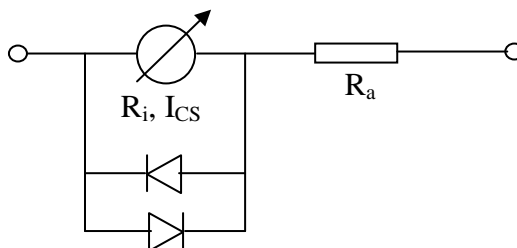


Figura 3.29. Protecția cu diode semiconductoare a unui voltmetru magnetoelectric

Dacă diodele sunt cu siliciu, pentru tensiuni  $U < U_{CS} = R_i I_{CS} \leq 0,3 V$  curentul prin diode nu depășește  $1 \mu A$ , deci nu se șuntează instrumentul. Pentru tensiuni  $U > 0,7 V$ , dioda polarizată direct se deschide putând conduce un curent de  $10 - 100 mA$ , șuntând instrumentul. Pentru curenți mai mari care persistă un timp relativ lung (de ordinul milisecundelor) diodele se pot străpunge, deci este necesară o siguranță fuzibilă pentru a proteja instrumentul în aceste situații.

### 3.2.1.3 Alte instrumente electromecanice

#### 3.2.1.3.1 Instrumentele feromagnetice

Sunt mai simple, mai robuste la suprasarcină și mai ieftine decât cele magnetoelectrice, însă au consum propriu mult mai mare ( $2 - 5 W$ ). Se construiesc ca aparate de laborator (clasa 0,2 și 0,5) și mai ales ca aparate de tablou (clasa 1,5 și 2,5) pentru energetică.

*Mecanismul de măsură.* În trecut se utiliza mecanismul cu atracție (fig. 3.30a), iar în prezent cel cu respingere (fig. 3.30b). În ambele cazuri resortul antagonist (3) nu este parcurs de curent (I) ceea ce-i conferă acestui mecanism o robustețe mai mare la supracurent și, implicit, o siguranță mai mare de funcționare.

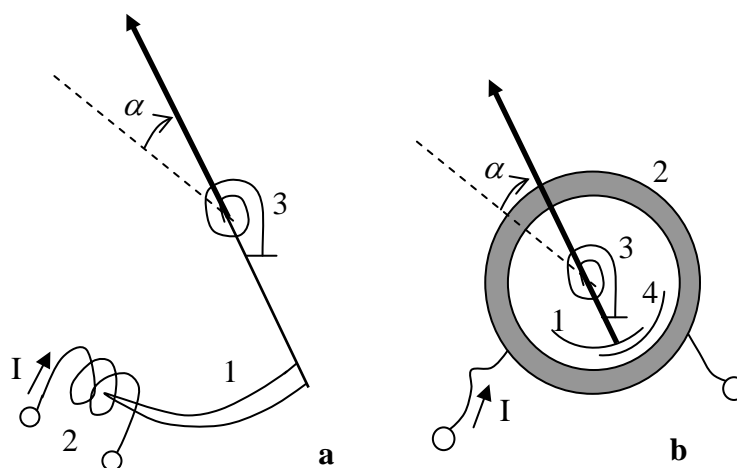


Figura 3.30. Instrumentul feromagnetic

*Funcționarea* se bazează pe atracția armăturii feromagnetice (1) de către bobina (2) parcursă de curentul de măsurat (fig. 3.30a) sau pe respingerea acesteia (fig. 3.30b – armăturile feromagnetice 1 și 4 sunt magnetizate în același sens de către bobina 2). În bobina (2) cu inductivitatea



L și parcursă de curentul I, se înmagazinează energia  $W = LI^2/2$  datorită căreia apare cuplul activ:

$$M_a = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2} LI^2 \right) = \frac{I^2}{2} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \quad (3.108)$$

care asociat cu cel rezistent (3.96) conduce la ecuația de funcționare:

$$\alpha = \frac{I^2}{2D} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \quad (3.109)$$

Dacă  $dL/d\alpha = const.$ , scara aparatului rezultă pătratică. Printr-o modificare adecvată a pieselor 1 și 4 (fig. 3.30b) se poate obține scara uniformă pe aproximativ două treimi din lungime.

Reglajul poziției acului indicator la cap de scară se face prin rotirea cilindrului pe aluminiu pe care este fixată armătura 4 (fig. 3.30b).

Prin utilizarea șunturilor asemănător cazurilor instrumentelor magnetoelectrice se realizează uzual instrumente ferodinamice de tip ampermetru ( $I_{CS} = 0,01 - 100$  A) și voltmetru ( $U_{CS} = 1,5 - 600$  V) atât în varianta tablou (clasa 1,5) pentru aplicații energetice, cât și în cea de laborator (clasa 0,5 și 0,2).

În cazul măsurării unui curent alternativ, datorită inerției mecanice mari deplasarea va fi proporțională cu valoarea medie a cuplului activ

$$\overline{M} = \frac{1}{T_0} \int_0^T M(t) dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} \frac{1}{T_0} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} I_{ef}^2$$

$$\alpha = \frac{I_{ef}^2}{2D} \cdot \frac{dL}{d\alpha}$$

ceea ce face ca instrumentul feromagnetic să măsoare valoarea eficace a curentului. Frecvența de lucru este însă limitată până la ordinul sutelor de Hz.

### 3.2.1.3.2 Instrumentele electrodinamice

Aparatele de măsură electrodinamice (fig. 3.31) funcționează pe baza interacțiunii dintre fluxurile magnetice create de bobina fixă (1) și bobina mobilă (2) alimentată prin resorturi spirale (3).

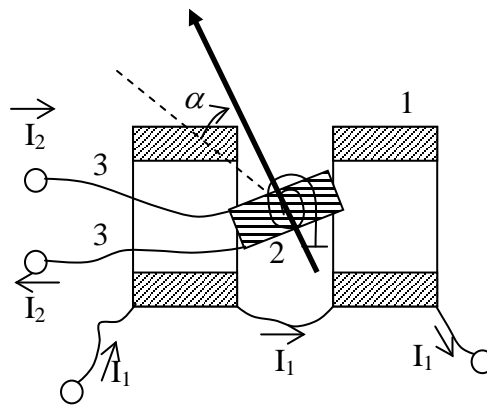


Figura 3.31. Instrumentul electrodinamic

În sistemul format de aceste două bobine cu inductivități proprii  $L_1$  și  $L_2$  și inductivitate mutuală  $M$  se înmagazinează energia:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 \quad (3.110)$$

datorită căreia ia naștere cuplul activ

$$M_a = \frac{dW}{d\alpha} = I_1 I_2 \frac{dM}{d\alpha} \quad (3.111)$$

Pentru o deviație a acului indicator proporțională cu inductanța mutuală ( $M = k\alpha$ ) cuplul activ devine

$$M_a = k I_1 I_2 \quad (3.112)$$

expresie care, asociată cu (3.90), conduce la ecuația de funcționare

$$\alpha = \frac{k}{D} I_1 I_2 \quad (3.113)$$

unde  $k$  este o constantă ce depinde de dimensiunile bobinelor. Se observă că deviația este proporțională cu produsul celor doi curenți.

Reglajul la cap de scară se face prin rotirea bobinei fixe în jurul axului de susținere a bobinei mobile.

*La funcționarea în curent alternativ* cei doi curenți din bobine:

$$i_1 = I_1 \sin \omega t; \quad i_2 = I_2 \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.114)$$

produc cuplul instantaneu  $m_a = k i_1 i_2$ . Însă la frecvențe de peste 5 - 10 Hz organul mobil nu mai poate urmări pulsațiile imprimare de  $m_1$  și se stabilește într-o poziție corespunzătoare cuplului mediu pe o perioadă (principiul integrării prin inerție mecanică), adică:

$$M_a = \frac{1}{T} \int_0^T m_a dt = k \frac{I_1 I_2}{2} \cos \varphi = k \frac{I_1 I_2}{2} \cos(\underline{I}_1, \underline{I}_2) \quad (3.115)$$

și deci:

$$\alpha = \frac{k}{D} \frac{I_1 I_2}{2} \cos(\underline{I}_1, \underline{I}_2) \quad (3.116)$$

Prin urmare, în curent alternativ, mecanismul electrodinamic măsoară *produsul scalar a doi curenți*.

Mecanismul electrodinamic se utilizează la realizarea de ampermetre (fig. 3.32a; pentru capabilități de curent mai ridicate fiind necesară utilizarea rezistențelor de șunt - fig. 3.32b), voltmetre (fig. 3.33) și wattmetre (fig. 3.33), toate cu precizie relativ ridicată (clasa 0,1; 0,2 și 0,5).

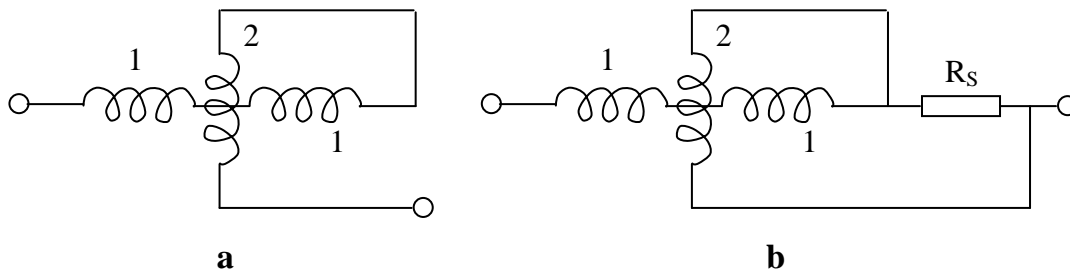


Figura 3.32. Ampermetrul electrodinamic

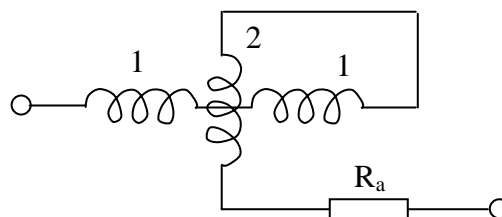


Figura 3.33. Voltmetrul electrodinamic

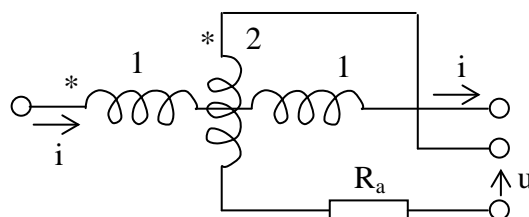


Figura 3.34. Wattmetrul electrodinamic

La aceste aparate scara, în mod natural, este pătratică, însă, printr-o modelare corespunzătoare a termenului  $M(\alpha)$ , se poate obține o liniarizare satisfăcătoare a scării pe ultimele două treimi ale acesteia.

În configurația de ampermetru bobinele fixe (1) se leagă în serie cu bobina mobilă (2). Astfel, în curent continuu indicația instrumentului este

$$\alpha = \frac{k}{D} I^2 \quad (3.117)$$

iar în curent alternativ

$$\alpha = \frac{k}{D} I_{ef}^2 \quad (3.118)$$

În configurația de voltmetru se pornește de la cea de ampermetru la care se adaugă o rezistență adițională  $R_a$  serie, de valoare ridicată.

În configurația de wattmetru bobinele fixe (1) sunt legate în serie în circuit, fiind parcurse de curentul  $i$  de măsurat. Bobina mobilă (2), de obicei cu o rezistență adițională  $R_a$  serie de valoare ridicată, este legată în paralel, având deci aplicată tensiunea de măsurat. Cum rezistența adițională are o valoare cu mult mai mare decât rezistența proprie a bobinei mobile, în curent continuu ( $I_1 = i = I$ ,  $I_2 = u/R_a = U/R_a$ ) se obține

$$\alpha = \frac{k}{D} \frac{IU}{R_a} = k_0 P \quad (3.119)$$

iar în curent alternativ (cu amplitudinile  $I_1 = I$ ,  $I_2 = U/R_a$ ) se obține, pentru o valoare ridicată a rezistenței adiționale ( $R_a \gg \omega L_2$ )

$$\alpha = \frac{k}{D} \frac{IU}{2R_a} \cos(\underline{I}, \underline{U}) = k_0 P \quad (3.120)$$

unde  $P$  este valoarea medie a puterii.

Se constată că instrumentele electrodinamice sunt instrumente de atât de curent continuu, cât și de curent alternativ (măsurând valorile eficace ale mărimii de măsurat) de precizie relativ ridicată ( $c = 0,1 - 0,5$ ), dar care au un consum propriu ridicat. Sensul indicației depinde de modul de conectare a bobinelor. Prețul de cost este destul de mare. Este sensibil la câmpuri magnetice externe (poate fi ecranat).

### 3.2.1.3.3 Instrumentele electrostatice

Instrumentele electrostatice sunt voltmetre cu performanțe bune la frecvențe ridicate, dar care pot funcționa și în curent continuu. Prezintă avantajul că au consum nul în curent continuu și relativ mic în curent alternativ până la frecvențe de câțiva MHz, însă au sensibilitate slabă ( $U_{CS}$  de regulă nu coboară sub 50 -100V).

În prezent se utilizează la măsurarea tensiunilor înalte (zeci de kV) într-o gamă largă de frecvențe.

*Funcționare.* Între armătura fixă 1 și electrodul 2 din figura 3.35a se formează condensatorul de capacitate

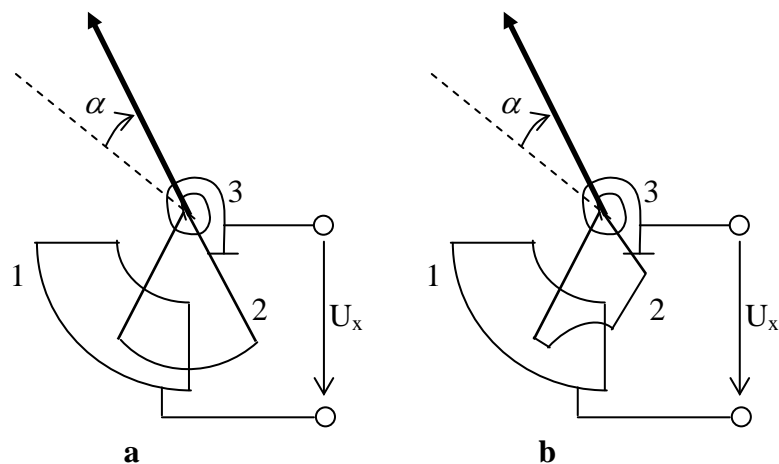


Figura 3.35. Voltmetrul electrostatic

$$C = C_0 + k\alpha \quad (3.121)$$

unde  $C_0$  și  $k$  sunt constante, care înmagazinează energia  $W = (1/2)CU_x^2$  datorită căreia apare cuplul activ

$$M_a = \frac{dW}{d\alpha} = \frac{k}{2}U^2 \quad (3.122)$$

care, împreună cu cuplul rezistent antagonist  $M_r = -D\alpha$ , determină ecuația de funcționare:

$$\alpha = \frac{k}{2D}U^2 \quad (3.123)$$

În curent alternativ trebuie să se țină cont că ansamblul mecanic are o inerție ridicată, drept care indicația instrumentului va fi dată de media relației (3.139). Altfel spus, instrumentul măsoară valorile eficace ale tensiunii alternative aplicate, iar relația (3.139) este valabilă și în curent alternativ dacă tensiunea  $U$  reprezintă valoarea eficace.

Pentru liniarizarea scării se modifică forma electrodului mobil ca în figura 3.35b.

Voltmetrele electrostatice sunt simple, precise, au consum nul în curent continuu și mic în curent alternativ (până la ordinul megahertzilor), însă nu pot suporta supratensiuni deoarece resortul antagonist (3) este inclus în circuitul electric al aparatului.

#### 3.2.1.3.4 Instrumentele cu lamelă bimetalică

Aceste aparate se bazează pe deformarea unei lamele bimetalice (realizată de obicei din invar și alamă) provocată de încălzirea acesteia de către curentul de măsurat (fig. 3.36a). La încălzire pătura din alamă se dilată, iar cea de invar nu și, ca urmare, lama se deformează curbându-se (fig. 3.36b).

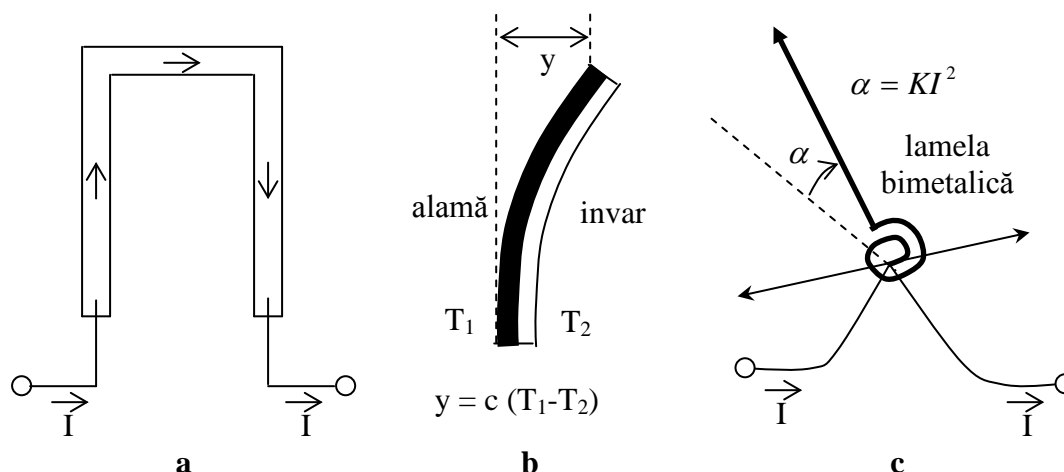


Figura 3.36. Instrumentul cu lamelă bimetalică

Săgeata  $y$ , care apare ca rezultat al deformării, este proporțională cu diferența de temperatură ( $T_1 - T_2$ ) a acestuia și, cum temperatura lamei de alamă ( $T_1$ ) este proporțională cu  $I^2$ , iar temperatura lamei de invar, egală cu cea a mediului ambiant ( $T_2$ ) rămâne constantă, rezultă că:  $y \approx cI^2$ .

Dacă se îndoaie lamela bimetalică în formă de spirală și i se fixează capătul interior de un ax pe lagăre, iar la capătul exterior i se montează un ac indicator, se obține un mecanism de tip *ampermetru* (fig. 3.36c) cu ecuația de funcționare pătratică:  $\alpha = kI^2$ . La mecanismul cu lamelă bimetalică resortul antagonist lipsește, cuplul rezistiv  $M_r$ , fiind dat de forțele elastice din interiorul celor două metale.

Dependența pătratică a indicației instrumentului cu mărimea (curentul) de măsurat și inerția mare de natură mecanică face ca indicația acestui instrument în curent alternativ să fie valoarea eficace a acestuia.

Mecanismul de măsură cu lamelă bimetalică este simplu (cel mai simplu), foarte robust (atât mecanic, cât și la supracurenți), are un cuplu activ puternic (aproximativ de 1000 de ori mai mare decât la mecanismul magnetoelectric), nu este influențat de forma curbei curentului, poate funcționa în curent continuu și în curent alternativ până la frecvențe de zeci de kHz, însă are inerție termică mare (timp de răspuns de ordinul minutelor) și precizie scăzută (2 – 5 %) din cauza variației temperaturii mediului ambiant. Se utilizează mai ales la realizare de ampermetre pentru curenți mari, de joasă (audio) frecvență, precum și la wattmetre, pe principiul ridicării la pătrat.

Mecanismul cu lamelă bimetalică se utilizează mult și în aplicațiile electrotehnice la *relee de protecție de suprasarcină* pentru motoarele electrice. De asemenea, se utilizează pe scară largă și la *relee de temperatură* mult utilizate în termoreglarea industrială și casnică (mașini de călcat, frigider, etc).

### 3.2.2 Voltmetre electronice analogice

#### 3.2.2.1 Voltmetre electronice analogice de curent continuu

Pentru creșterea sensibilității schemei și a impedanței de intrare se pot utiliza componente electronice active sau pasive în structura voltmetrelor analogice. O schemă bloc generală a unui voltmetru de curent continuu este reprezentată în figura 3.37. În acest caz atenuatorul calibrat e realizat cu ajutorul unui divizor rezistiv, asigurând o impedanță de intrare constantă și foarte mare, de peste 10 M $\Omega$ . Pentru eliminarea semnalelor perturbatoare alternative ce pot apărea la intrare se utilizează un filtru trece jos (FTJ), urmat de un circuit de protecție la supratensiuni (blocul următor, realizat în general cu dispozitive active – tranzistoare, circuite integrate – se poate distruge dacă semnalul aplicat depășește anumite valori limită în tensiune). Amplificatorul de curent continuu trebuie să aibă o impedanță de intrare foarte mare astfel încât să nu șunteze divizorul.

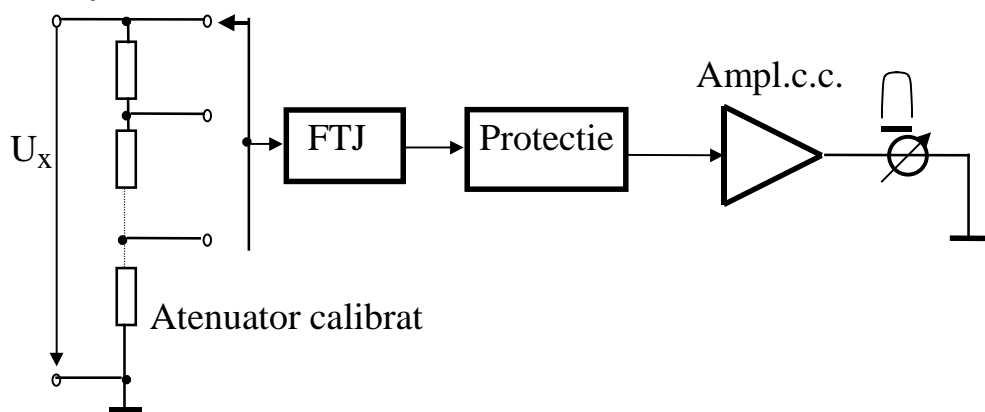


Fig. 3.37. Schema bloc a voltmetrelor de curent continuu

Principalele probleme care apar în cazul utilizării acestor amplificatoare sunt cele legate de tensiunile de decalaj ce apar în blocul de amplificare (fenomen tipic amplificatoarelor și care conduce la o eroare sistematică, de zero) și de fenomenul de derivă termică tipic dispozitivelor active amplificatoare.

Din punct de vedere al realizării tehnice, există două modalități de realizare a amplificatoarelor de curent continuu și anume:

- utilizarea unor amplificatoare cu cuplaje directe (introducerea unor condensatoare de cuplaj, care elimină componenta continuă, nu permite realizarea de amplificatoare de curent continuu; altfel prezența lor ar permite un grad de libertate suplimentar în realizarea circuitelor de polarizare al dispozitivelor active din etajele amplificatoare);

- utilizarea unor amplificatoare cu modulator-demodulator (cu comutatoare sau choppere); funcția de modulare presupune transformarea unor proprietăți la semnalelor, de exemplu banda de frecvențe ocupate de semnal, în vederea transmiterii mai lesnicioase a unei informații, iar demodularea reprezintă operația inversă.

În cazul *utilizării unor amplificatoare cu cuplaje directe*, se folosesc așa-numitele amplificatoare "*instrumentale*" sau "*de măsură*". Acestea sunt în general prezentate sub forma unor amplificatoare integrate, monolitice, sau hibride, caracterizate prin existența unei reacții negative puternice, ce asigură:

- sensibilități mici la factorii perturbatori;
- factor de rejecție de mod comun mare;
- tensiune de decalaj și derivă termică foarte mici;
- un control și o stabilitate riguroasă a amplificării.

În cazul unor aparate mai puțin pretențioase, cu tensiunea cap de scală  $U_{CS} > 0,3V$  și la care se acceptă un reglaj inițial de zero înainte de efectuarea măsurării se pot utiliza și amplificatoare realizate cu elemente discrete.

### 3.2.2.2 Voltmetre electronice analogice de curent alternativ

Structura unui voltmetru de curent alternativ este prezentată în figura 3.38. Sunt posibile două variante în funcție de plasarea amplificatorului.

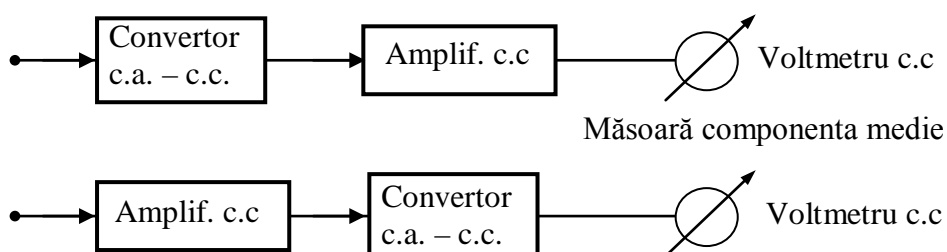


Fig. 3.38. Voltmetre de curent alternativ

Așa cum se observă din figură un voltmetru de curent alternativ este format dintr-un convertor, care convertește una din mărimile specifice tensiunii alternative într-o tensiune continuă, și un voltmetru de curent continuu. Pentru a aduce semnalul la o valoare adecvată măsurării se poate introduce și un amplificator de curent continuu. În funcție de tipul convertorului voltmetrele de curent alternativ se pot clasifica în:

- Voltmetre de vârf
- Voltmetre de valori medii
- Voltmetre de valori eficace.



### 3.2.2.2.1 Convertor tensiune de vârf – tensiune continuă

Convertorul tensiune de vârf – tensiune continuă mai este cunoscut și sub numele de detector de vârf, de amplitudine sau de frecvență. El poate fi realizat în variantă serie sau variantă paralel, după cum urmează:

- **Detectorul serie** (figura 3.39a) – este utilizat de obicei ca demodulator pentru semnale MA în radioreceptoare. Nu este folosit în voltmetre deoarece nu separă curentul continuu de cel alternativ.
- **Detectorul paralel** (figura 3.39b) – este varianta folosită în voltmetre deoarece permite separarea componentei continue de cea alternativă.

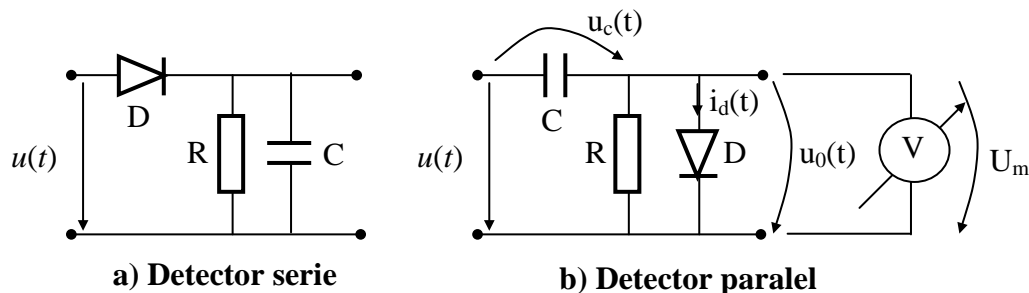


Fig.3.39. Convertorul tensiune de vârf – tensiune continuă

În continuare se va studia funcționarea acestui detector. În analiza făcută s-a presupus dioda ideală.

Se vor nota cu  $u_C(t)$  respectiv cu  $u_0(t)$ , tensiunile la bornele condensatorului C respectiv ale diodei D. Se presupune constanta de timp a voltmetrului RC mult mai mare decât perioada semnalului ( $RC \gg T$ ). Tensiunile  $u(t)$ ,  $u_C(t)$  și  $u_0(t)$  sunt prezentate în figura 3.40.

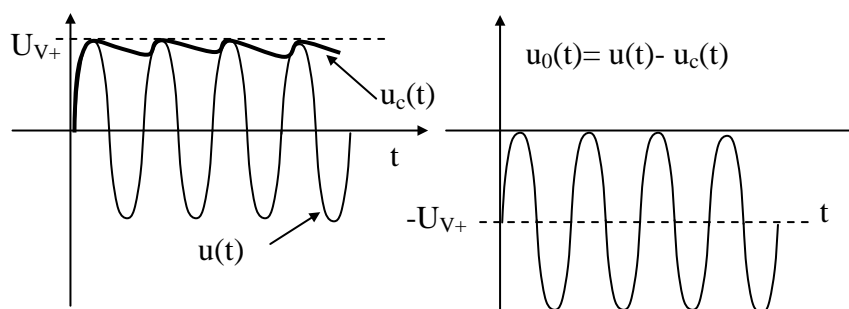


Fig. 3.40. Formele de undă în cazul detectorului paralel

Condensatorul se încarcă rapid prin dioda D, presupusă ideală, până când tensiunea atinge valoarea maximă,  $U_{V+}$ . Când tensiunea de la intrare începe să scadă, tensiunea pe diodă devine  $u_0(t) = u(t) - u_C(t) = u(t) - U_{V+} < 0$  și dioda se blochează, condensatorul descărcându-se prin rezistența R mult mai lent datorită constantei de timp mari. Tensiunea pe condensator va rămâne la valoarea maximă, având mici variații în jurul acestei valori datorită

descărcării condensatorului prin R în intervalele în care  $u(t) < u_c(t)$ . Aceste variații sunt mult mai mici decât  $U_{V+}$ , dacă  $RC \gg T$ , și pot fi neglijate.

Tensiunea  $u_0(t)$  este dată de relația

$$u_D(t) = u(t) - u_c(t) \quad (3.124)$$

Un instrument de curent continuu (cum ar fi de exemplu un instrument magnetoelectric) va indica valoarea medie a acestei tensiuni

$$U_{mas} = \overline{u_0(t)} = \overline{u(t) - u_c(t)} = \overline{u(t)} - U_{V+} = \overline{u(t)} - U_{V+} \quad (3.125)$$

Se observă că dioda este parcursă de curent un interval de timp foarte scurt (mai puțin de o semiperioadă). Un astfel de detector se mai numește și *detector clasă C*.

Detectorul adaugă peste tensiunea  $u(t)$  o componentă continuă egală cu tensiunea de încărcare a condensatorului. Această tensiune este chiar tensiunea de vârf (negativă în cazul nostru) a semnalului. Dacă semnalul  $u(t)$  are valoare medie nulă tensiunea indicată de instrumentul de măsură va fi

$$U_{mas} = 0 - U_{V+} = -U_{V+} \quad (3.126)$$

În aceste condiții detectorul funcționează ca un voltmetru de vârf negativ.

Dacă se inversează sensul diodei D se obține un detector de vârf pozitiv, deoarece în acest caz dioda se va deschide pe alternanțele negative, iar condensatorul se va încărca la valoarea  $U_{V-}$ .

$$U_{mas} = \overline{u_0(t)} = \overline{u(t)} - U_{V-} = \overline{u(t)} + U_{V+} \quad (3.127)$$

$$U_{mas} = U_{V+}, \text{ dacă } \overline{u(t)} = 0 \quad (3.128)$$

Pentru un semnal sinusoidal acest aparat măsoară amplitudinea semnalului

$$U_{mas} = U_{V+} = -U_{V-} = U \quad (3.129)$$

În mod uzual acest aparat este etalonat în valori eficace pentru semnal sinusoidal, pentru a avea o similitudine cu etalonarea în curent continuu (din punct de vedere energetic valoarea eficace este cea care corespunde unei tensiuni continue care produce același efect). Dar acest lucru are drept efect că, în practică, pentru tensiuni cu altă lege de variație decât ce sinusoidală, voltmetrul va indica nu valoarea eficace, ci o valoare cu  $\sqrt{2}$  ori mai mică decât valoare de vârf a semnalului.

În cazul real, dioda prezintă atât o rezistență serie atunci când conduce, cât și o trecere graduală de la starea de blocare la starea de conducție. Caracteristica curent – tensiune a diodei (curentul care trece prin diodă  $I_d$  în funcție de căderea de tensiune  $U_d$  pe aceasta, în sensul conducției) este dată în figura 3.41.

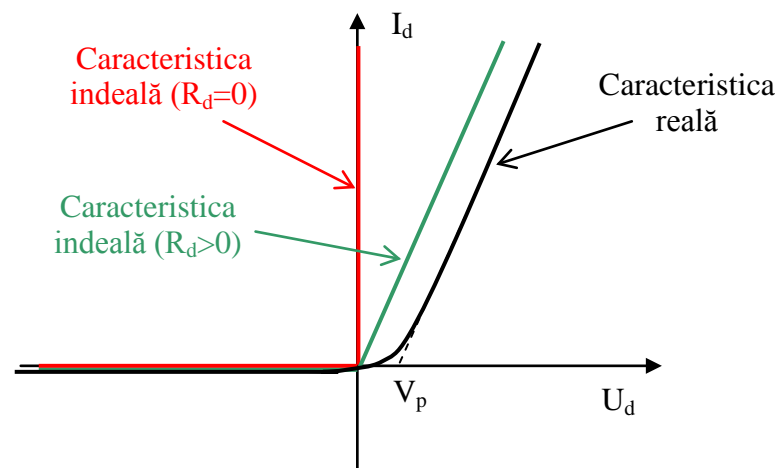


Fig. 3.41. Convertor valoare medie absolută – tensiune continuă

Se constată că datorită unei rezistențe serie proprii  $R_d$  nenule caracteristica curent – tensiune are o pantă nenulă dată de această rezistență, conform legii lui Ohm. Pe de altă parte, datorită fenomenelor cuantice ce apar în joncțiunea semiconductoare a diodei, la tensiuni pozitive foarte mici aplicate diodei curentul crește foarte puțin, alura caracteristicii fiind cea din figura 3.41. La tensiuni mai mari caracteristica se apropie asimptotic de o dreaptă paralelă cu cea care rezultă pentru o diodă ideală cu rezistență serie nenulă  $R_d$ . În foarte multe situații, dacă tensiunea  $U_d$  este mare, se poate aproxima caracteristica cu această asimptotă

$$I_d = \begin{cases} 0 & ; U_d \leq V_p \\ \frac{U_d - V_p}{R_d} & ; U_d > V_p \end{cases} \quad (3.130)$$

Practic putem vorbi de un prag de deschidere al diodei,  $V_p$ , care, pentru diodele de siliciu, are o valoare de cca 0,6 – 0,7 V. Totuși, dacă tensiunea aplicată diodei nu depășește 3V, aproximarea 3.146 conduce la erori inacceptabile unui instrument de măsură, motiv pentru care pe astfel de scări cu  $U_{CS} = 3V$  se preferă o etalonare neliniară a scalei aparatului, care să compenseze neliniaritatea diodei.

### 3.2.2.2.2 Convertor valoare medie absolută – tensiune continuă

Convertoarele valoare medie absolută – tensiune continuă sunt formate dintr-un redresor mono sau dublă alternanță urmate de un voltmetru de valori medii. Redresarea se realizează cu ajutorul diodelor. În exemplul prezentat se consideră că diodele sunt ideale: tensiunea de prag este zero, caracteristica este liniară. În realitate aceste condiții nu sunt îndeplinite fiind necesară aplicarea unor procedee de liniarizare. Un exemplu de detector monoalternanța este prezentat în figura 3.42.

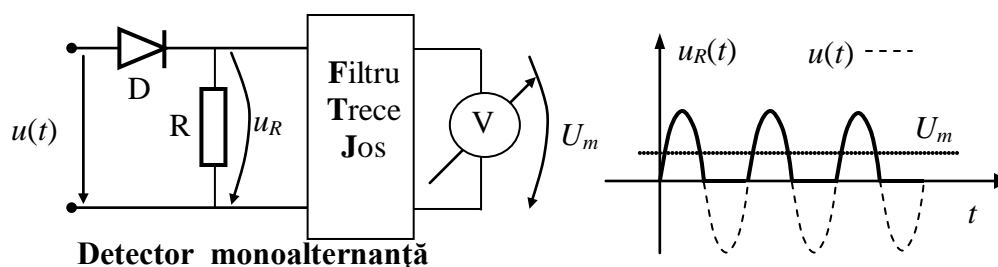


Fig. 3.42. Convertor valoare medie absolută – tensiune continuă

Dioda se deschide doar pe alternanța pozitivă a tensiunii  $u(t)$ , tensiunea pe rezistența  $R$  fiind în acest caz egală cu  $u(t)$ . Pe alternanța negativă dioda este blocată, curentul care o parcurge va fi nul și, în consecință, tensiunea pe rezistență va fi nulă în acest caz. După detector se poate introduce un voltmetru de valori medii (exemplu un voltmetru magnetoelectric) sau un filtru trece jos pentru a extrage componenta continuă, urmat de un voltmetru de curent continuu.

Pentru obținerea unui redresor dublă alternanță se poate înlocui dioda cu o punte de diode.

### 3.2.2.3 Voltmetru de valori pseudoeficace

Schema bloc a unui voltmetru de valori pseudoeficace este reprezentată în figura 3.43. Acesta este format dintr-un voltmetru de valori de vârf, un voltmetru de valori medii absolute, două amplificatoare cu ordin de multiplicare  $k_1$ , respectiv  $k_2$ , un sumator și un voltmetru de curent continuu. Voltmetrul de valori pseudoeficace determină valoarea efectivă măsurând valoarea medie absolută și valoarea de vârf a tensiunii.

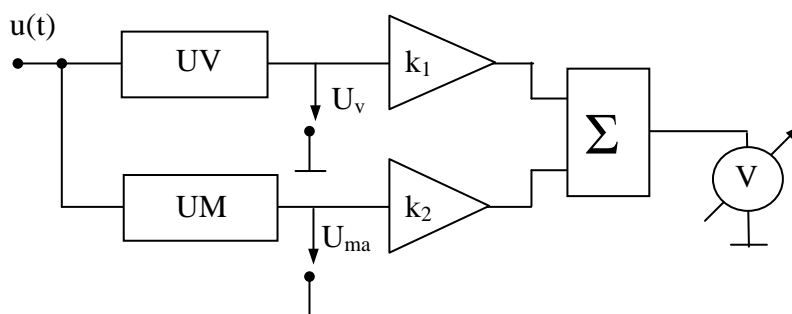


Fig. 3.43. Voltmetru de valori pseudoeficace

Tensiunea măsurată de voltmetrul de curent continuu,  $U_{ind}$ , este dată de relația

$$U_{ind} = k_1 U_v + k_2 U_{ma} \quad (3.131)$$

Se observă că alegând corespunzător parametrii  $k_1$  și  $k_2$  tensiunea măsurată poate să fie egală cu valoarea efectivă pentru două tipuri de semnale  $U_{ind} = U_{ef}$ .

Pentru exemplificare vom considera două semnale  $s(t)$ ,  $d(t)$ . Pentru determinarea coeficienților  $k_1$ ,  $k_2$ , scriem sistemul de ecuații

$$\begin{cases} U_{ef}^s = k_1 U_v^s + k_2 U_{ma}^s \\ U_{ef}^d = k_1 U_v^d + k_2 U_{ma}^d \end{cases} \quad (3.132)$$

Indicii  $s$ ,  $d$  semnifică tipul semnalului. Împărțind prin  $U_{ef}$  se obține

$$\begin{cases} 1 = k_1 K_V^s + k_2 \frac{1}{K_F^s} \\ 1 = k_1 K_V^d + k_2 \frac{1}{K_F^d} \end{cases} \quad (3.133)$$

cu soluțiile

$$k_1 = \frac{k_F^s - k_F^d}{k_V^s K_F^s - k_V^d k_F^d}, \quad k_2 = \frac{(k_V^d - k_V^s) k_F^s k_F^d}{k_V^d K_F^d - k_V^s k_F^s} \quad (3.134)$$

**EXEMPLUL 1 :** Să se determine constantele  $k_1$ ,  $k_2$  astfel încât voltmetrul să măsoare tensiunea efectivă pentru semnal sinusoidal și semnal dreptunghiular simetric de medie nulă. Să se calculeze eroarea pe care o face acest voltmetru la măsurarea unei tensiuni triunghiulare simetrice, de medie nulă.

### Rezolvare:

Conform exemplului anterior pentru semnalul sinusoidal respectiv semnalul dreptunghiular se obțin următorii parametrii specifici:

- Semnal sinusoidal:

$$U_{ma} = \frac{2A}{\pi}; U_{ef} = \frac{A}{\sqrt{2}}; U_v = A; K_F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11; K_V = \sqrt{2} \quad (3.135)$$

- Semnal dreptunghiular simetric:

$$U_{ma} = A; U_{ef} = A; U_v = A; K_F = 1; K_V = 1 \quad (3.136)$$

Ținând cont de aceste valori și de expresiile pentru  $k_1$  și  $k_2$  se obține  $k_1 = 0,19$ ,  $k_2 = 0,8$ .

b) Pentru semnal triunghiular indicația voltmetrului va fi

$$U_{ef\ ind} = k_1 U_v^t + k_2 U_{ma}^t = A \left( 0,19 + 0,8 \frac{1}{2} \right) = 0,59A \quad (3.137)$$

Eroarea făcută de aparat va fi

$$\varepsilon_s = \left| \frac{U_{ef}^t - U_{ef\ ind}}{U_{ef}^t} \right| = \left| \frac{\frac{A}{\sqrt{3}} - 0,59A}{\frac{A}{\sqrt{3}}} \right| = 2,1\% \quad (3.138)$$

**EXEMPLUL2:** Cu un voltmetru magnetoelectric având scări pentru măsurarea tensiunilor continue și alternative, cu redresor dublă alternanță, se fac următoarele măsurători pentru tensiunea periodică din figura 3.44:

- pe scara de curent continuu se măsoară  $U_1=4V$ ;
- pe scara de curent alternativ se măsoară  $U_2=7,77V$ .

a) Știind că pe scara de curent alternativ voltmetrul este etalonat în valori efective pentru semnal sinusoidal, să se calculeze tensiunile  $E_1$  și  $E_2$  dacă valoarea lui  $\tau=T/2$ .

b) Ce va indica voltmetrul în cele două cazuri dacă  $\tau=T/3$ .

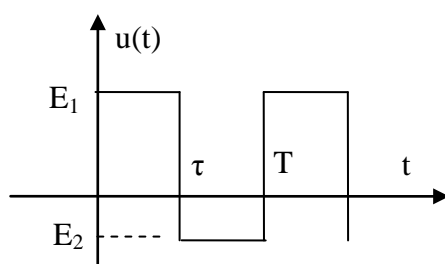


Fig. 3.44. Tensiunea aplicată voltmetrului

### Rezolvare:

Pe scara de curent continuu voltmetrul măsoară valoarea medie a semnalului de intrare. În consecință indicația aparatului în primul caz va fi

$$U_1 = \overline{u(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = E_1 \eta + E_2 (1 - \eta) \quad (3.139)$$

unde  $\eta$  este factorul de umplere,  $\eta = \frac{\tau}{T}$ .

În curent alternativ voltmetrul măsoară tensiunea medie absolută a semnalului și apoi o convertește la valoarea efectivă cu ajutorul factorului de formă pentru semnal sinusoidal

$$U_2 = U_{ma} K_F^s = \left( \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt \right) K_F^s \quad (3.140)$$

Se obține

$$U_2 = (E_1 \eta - E_2 (1 - \eta)) K_F^s \quad (3.141)$$

Se formează sistemul

$$\begin{cases} E_1 \eta + E_2 (1 - \eta) = 4V \\ E_1 \eta - E_2 (1 - \eta) = \frac{7,77}{K_F^s} = 7V \end{cases} \quad (3.142)$$

Soluțiile sistemului sunt pentru  $\eta=1/2$

$$E_1 = 11V, \quad E_2 = -3V \quad (3.143)$$

b) Pentru  $\eta = \frac{1}{3}$  voltmetrul va indica

$$U_1 = \frac{5}{3}V, \quad U_2 = 6,29V \quad (3. 144)$$